

Procedimiento para la obtención de los parámetros geométricos básicos de un engranaje cónico de dientes rectos

G. González Rey

Dr. Profesor Principal de Elementos de Máquinas.

Miembro Académico de AGMA y de ISO TC60 (engranajes).

Instituto Superior Politécnico *José Antonio Echeverría* (ISPJAE).

Facultad de Ingeniería Mecánica. Departamento de Mecánica Aplicada

Calle 116 s/n, CUJAE, Marianao 15, Ciudad de la Habana, Cuba.

Teléfono: (537)-202267, Fax: (537)-277129 E-mail: cidim@mecanica.ispjae.edu.cu

(Recibido el 15 de noviembre de 1998; aceptado el 10 de diciembre de 1999)

Resumen

La gran diversidad de los tipos y tamaños de transmisiones por engranajes que son empleados en Cuba, han dificultado la reparación generalizada de estos componentes y ha requerido que la recuperación de las ruedas dentadas necesite de métodos de ingeniería inversa que permita conocer los parámetros geométricos y constructivos básicos, para su posterior reconstrucción y/o evaluación de la capacidad de carga. Es de interés para la producción que los ingenieros mecánicos, vinculados al trabajo con transmisiones mecánicas, sean capaces de determinar, con un nivel de precisión medio, los parámetros geométricos fundamentales de los engranajes construidos y de los cuales se desconoce su geometría básica, a partir de mediciones de taller y cálculos ingenieriles. Por tal motivo, en el trabajo es referido un método práctico para obtener los parámetros geométricos fundamentales del dentado de las ruedas de un engranaje cónico de dientes rectos convencional.

Palabras claves: Engranajes cónicos de dientes rectos, recuperación, geometría, espesor de diente.

1. Introducción

En el ámbito nacional, uno de los más frecuentes problemas confrontados durante la recuperación o reacondicionamiento de las ruedas dentadas cónicas, en los casos en que no se poseen los planos de fabricación o los datos mínimos del engranaje, es el relacionado con la no disponibilidad de un procedimiento de cálculo que permita el completo conocimiento de los parámetros básicos de la geometría del dentado para la posterior elaboración de los dientes.

Según ha podido conocer el autor, en el mejor de los casos, la solución actual al problema del descifrado de los engranajes cónicos es a partir de cálculos basados en las dimensiones de los conos de cresta y una posterior elaboración en la generadora o fresadora de varias ruedas, con ajustes diferentes de sus parámetros, hasta obtener por aproximaciones sucesivas dimensiones semejantes a las de las ruedas que se desean construir. Como podremos

imaginar es un proceso costoso y solo justifica su aplicación en un lote numeroso de ruedas cónicas con iguales dimensiones. Por tal motivo, uno de los objetivos del presente trabajo ha sido orientar un procedimiento simple, de bajo costo y al alcance de todos, basado en mediciones prácticas con *valores medios de precisión*, para el descifrado de los parámetros geométricos básicos de engranajes cónicos de dientes rectos, que permita una reconstrucción con dimensiones próximas a la muestra y/o una evaluación de la capacidad de carga.

2. Objetivo del descifrado de un engranaje cónico

Las reglas para elaborar los planos de trabajo (de taller) de las ruedas cónicas de dientes rectos orientan la identificación de los parámetros geométricos fundamentales del dentado en la representación de las ruedas y en la tabla de parámetros que acompaña el plano.

Durante la representación geométrica de las ruedas dentadas en los planos de trabajo se requiere especificar:

- ♦ Ángulos de los semiconos de cresta (δ_a), de referencia (δ) y de fondo (δ_f).
- ♦ Diámetro de cresta exterior (d_{ae}).
- ♦ Distancia cónica exterior (R_e).
- ♦ Ángulo del cono complementario exterior.
- ♦ Ancho del dentado (b).
- ♦ Distancias para el montaje.
- ♦ Dimensiones de los biseles y radio de redondez de los cantos de los dientes.

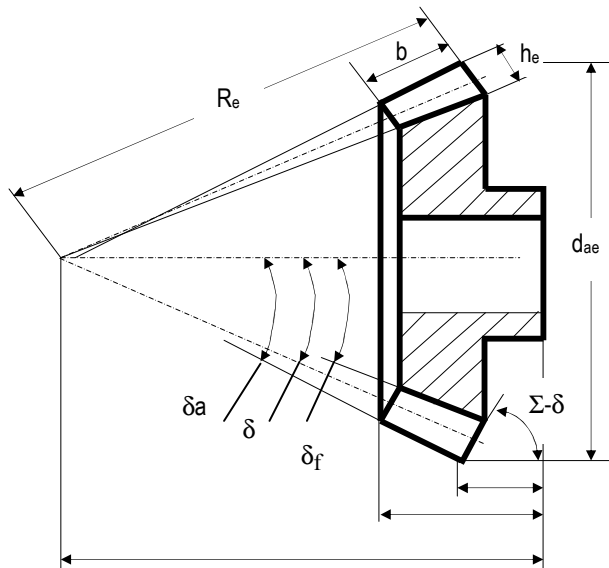


Fig. 1. Parámetros identificados en el plano de taller de una rueda dentada.

La mayoría de las dimensiones vinculadas con la geometría de las ruedas cónicas son dependientes de los parámetros definidos en la tabla del dentado que es incluida en el plano de trabajo de las ruedas cónicas de dientes rectos, donde se especifica:

- ♦ Módulo exterior (m_e).
- ♦ Cantidad de dientes (z).
- ♦ Parámetros de la herramienta de referencia:

- Ángulo de presión (α).

- Factor de altura de la cabeza (h_a^*).

- Factor de holgura radial (c^*).

- Factor de radio de fondo (ρ_f^*).

- ♦ Coeficiente de corrección radial (x_{hm}).
- ♦ Coeficiente de corrección tangencial (x_{sm}).
- ♦ Clase de precisión y el tipo de conjugación.
- ♦ Dimensiones del diente en la sección de medición, para el control de la posición de los flancos opuestos:

- Espesor de cuerda constante (s_{cc}).

Altura de medición de s_{cc} (h_{cc}).

- Espesor de cuerda en altura constante (s_{ac}).

Altura de medición de s_{ac} (h_{cc}).

- ♦ Ángulo interaxial (Σ)
- ♦ Módulo medio (m)
- ♦ Altura exterior del diente (h_e)
- ♦ Número de dientes de la rueda conjugada (z).

Como puede ser comprendido, con excepción de los datos para el control de la posición de los flancos opuestos, la clase de precisión y el coeficiente del radio de fondo, el resto de los parámetros de la tabla del dentado son fundamentales para el completamiento geométrico de las ruedas y el engranaje, por tales motivo, todo proceso de descifrado geométrico de un engranaje cónico debe estar dirigido a la determinación de estos parámetros.

3. El espesor del diente como método de control geométrico de los engranajes cónicos

La medición del espesor del diente en el plano normal el método de control del dentado de las ruedas cónicas más empleado durante la elaboración y verificación geométrica de los engranajes cónicos de dientes rectos, cuando no se dispone del equipamiento requerido para el control de las ruedas cónicas dentadas de forma computarizada, que permita digitalizar los flancos de los dientes mediante el uso de sensores de posición.

Las curvas generadas en los flancos de los dientes de engranajes cónicos dependen en gran medida del

procedimiento de elaboración empleado y su estudio ha sido en general poco divulgado. Es conocido que para la mayoría de los engranajes cónicos de dientes rectos, los flancos de los dientes generados corresponden a curvas óctoidales².

Lo anterior, explica porque el control de los flancos opuestos mediante la longitud de la tangente base, con aplicación en el descifrado de los engranajes cilíndricos³ y a la vez vinculado a las propiedades de la curva de evolvente, no es empleado en los engranajes cónicos. En cambio, para el caso de los engranajes cónicos han tenido aceptable difusión, en el control de los flancos, los conocidos métodos de altura constante y de cuerda constante. En ambos procedimientos, no se reporta mayor precisión en los cálculos por la identificación exacta del tipo de curva correspondiente a los flancos generados y el espesor de los dientes puede ser calculado en dependencia de los parámetros de la herramienta de referencia y la geometría básica del engranaje. En general se muestra una mayor preferencia por el método del espesor a la altura constante^{4,5,6,7} que por el método de cuerda constante⁷.

3.1. Cálculo del espesor del diente en una rueda cónica de dientes rectos

La mayoría de las mediciones de los espesores de los dientes en las ruedas cónicas de dientes rectos son realizadas en la distancia cónica exterior R_e . Para estos casos, son brindadas las fórmulas correspondientes para cada método en cuestión

Método de altura constante⁶:

$$h_{ac} = h_{ae} + \frac{s_e^2 \cdot \cos \delta}{4 \cdot m_e \cdot z} \quad (\text{mm}) [1]$$

$$s_{ac} = s_e - \frac{s_e^3 \cdot (\cos \delta)^2}{6 \cdot (m_e \cdot z)^2} \quad (\text{mm}) [2]$$

$$s_e = (0,5 \cdot \pi + 2 \cdot x_{hm} \cdot \tan \alpha + x_{sm}) \cdot m_e \quad (\text{mm}) [3]$$

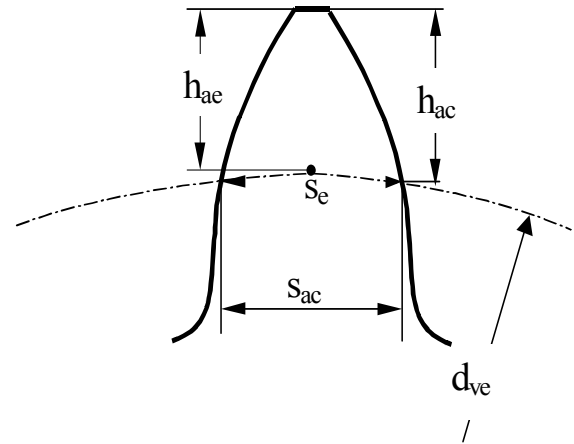


Fig. 2. Representación de los parámetros para el método de altura constante.

Método de cuerda constante⁷:

$$s_{cc} = s_e \cdot (\cos \alpha)^2 \quad (\text{mm}) [4]$$

$$h_{cc} = h_{ae} - \frac{s_e \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{4} \quad (\text{mm}) [5]$$

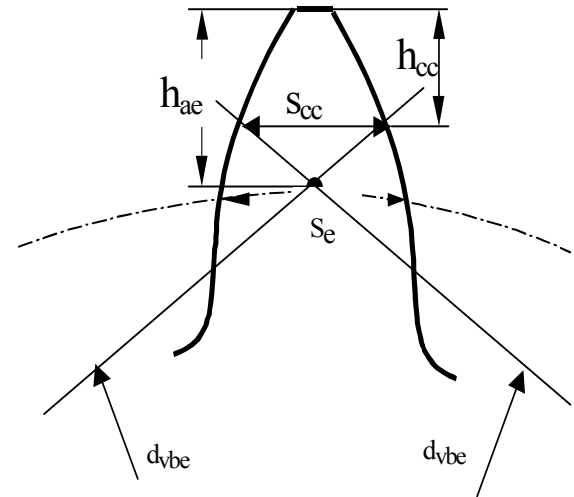


Fig. 3. Representación de los parámetros en el método de cuerda constante.

4. Fundamento del procedimiento para el descifrado geométrico

El objetivo del descifrado geométrico de un engranaje cónico, está dirigido a obtener una combinación de parámetros del dentado que garanticen la correspondiente semejanza de diámetros de las ruedas y espesores de dientes entre el engranaje analizado y el calculado por descifrado.

En el procedimiento de descifrado propuesto, la geometría básica del engranaje es obtenida mediante una evaluación organizada de los parámetros clave en las dimensiones de las ruedas y los espesores de dientes, con el objetivo de comparar y retener en cada paso los valores que garantizan un mejor acercamiento a las dimensiones de la rueda analizada. El método de búsqueda exhaustiva nos permite determinar los extremos de dos funciones objetivos, dirigidas a minimizar las diferencias de dimensiones entre la rueda analizada y aquella con geometría propuesta.

Un análisis de la geometría básica de un engranaje cónico ortogonal de dientes rectos para evaluar el diámetro de cresta exterior de la rueda permite definir dos condiciones que deben ser cumplidas durante el descifrado geométrico.

1. Condición de semejanza de diámetros.

Consiste en la determinación de los valores de módulo exterior (m_e), factor de altura de cabeza (h_a^*), factor de holgura radial (c^*) y coeficiente de corrección radial (x_{hm}) que permiten obtener, para un mismo número de diente, diámetros exteriores de cresta y de fondo semejantes a los de la rueda analizada.

Conociendo la dependencia que existe entre el diámetro de cresta exterior de las ruedas y algunos de los parámetros básicos de la geometría de los engranajes cónicos, fácilmente puede ser comprendido que el proceso de descifrado es más concurrente hacia la solución adecuada mientras más cercano a cero sea el resultado del termino $\Delta d_d d_f$ en la siguiente ecuación.

$$\Delta d_d d_f = 0,5 \cdot \left(d_{ae_{med}} - d_{ae} \right) + 0,5 \cdot \left(d_{fe_{med}} - d_{fe} \right) \text{ (mm) [6]}$$

Donde:

$d_{ae_{med}}$: Diámetro de cresta exterior medido (mm).

$d_{fe_{med}}$: Diámetro de fondo exterior medido (mm).

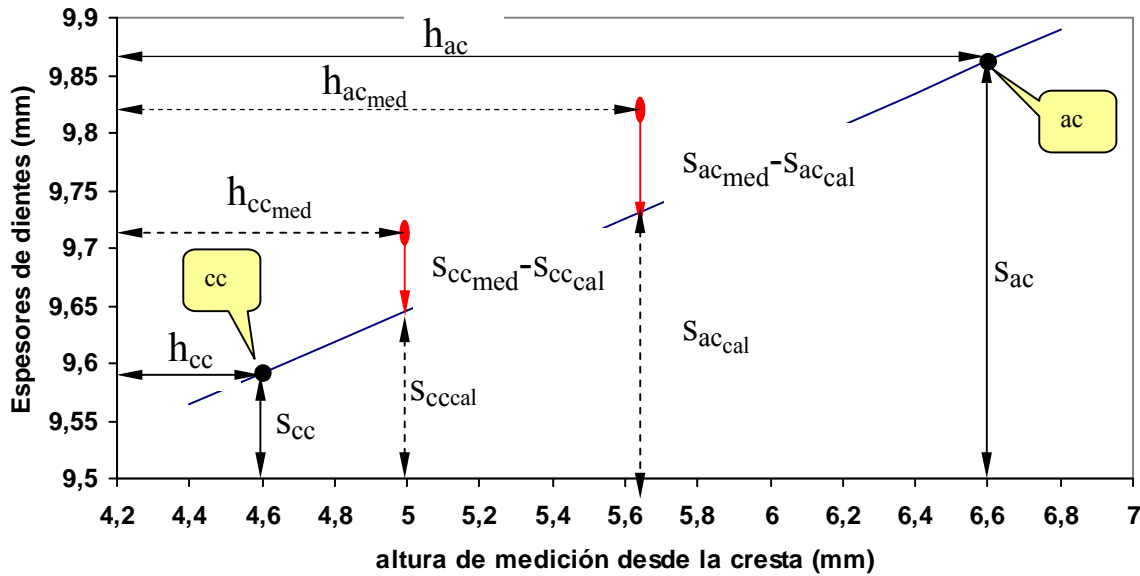


Fig. 4. Identificación de los pares de alturas y espesores medidos y calculados, en la zona comprendida entre la circunferencia de referencia exterior (punto ac) y el arco correspondiente a la medición de cuerda constante (punto cc).

Para las condiciones donde no es posible una correcta medición del diámetro de fondo exterior debe de ser modificada la expresión anterior y empleada la fórmula [7]. En estas condiciones se hace imposible precisar el valor del factor de holgura radial c^*

$$\Delta d_a d_f = 0,5 \cdot \left(d_{ae_{med}} - d_{ae} \right) \quad (\text{mm}) \quad [7]$$

2. Condición de semejanza de espesores.

Consiste en la determinación de las magnitudes del coeficiente de corrección tangencial (x_{sm}) y el ángulo de presión de la herramienta generadora (α), los que unidos a los parámetros antes determinados, garantizan espesores de dientes semejantes a los de la rueda analizada.

Esta última condición está orientada a minimizar la diferencia de espesores de dientes entre la rueda analizada y aquella con la geometría propuesta por el proceso de descifrado, en la zona comprendida entre la circunferencia de referencia exterior y el arco de la medición de cuerda constante.

El control de la condición de igualdad de espesores se realiza asumiendo un comportamiento lineal entre el espesor y la altura de medición, prácticamente admisible en diferencias de altura no mayores de 2 mm. La suposición anterior permite comparar el par de espesores calculados ($s_{cc_{cal}}$, $s_{ac_{cal}}$) con el par de espesores medidos ($s_{cc_{med}}$, $s_{ac_{med}}$).

Aplicaciones prácticas de este procedimiento permiten recomendar que sean realizadas no menos de 5 mediciones de espesores con alturas diferentes en los dientes, sin considerar valores cercanos a la cresta o el pie del diente. De esta forma, se garantiza que algunos de los espesores medidos estén en la zona delimitada por la circunferencia de referencia exterior y el arco correspondiente a la medición de cuerda constante.

Un análisis de la figura 4 permite la deducción de las fórmulas 8 y 9. De igual forma, pudo ser establecida la fórmula 10, correspondiente a la evaluación del termino indicador de la condición de semejanza de espesores.

$$s_{cc_{cal}} = s_{cc} + (h_{cc_{med}} - h_{cc}) \cdot \frac{(s_{ac} - s_{cc})}{(h_{ac} - h_{cc})} \quad (\text{mm}) \quad [8]$$

$$s_{ac_{cal}} = s_{cc} + (h_{ac_{med}} - h_{cc}) \cdot \frac{(s_{ac} - s_{cc})}{(h_{ac} - h_{cc})} \quad (\text{mm}) \quad [9]$$

$$\Delta s = 0,5 \cdot (s_{cc_{cal}} - s_{cc_{med}})^2 + 0,5 \cdot (s_{ac_{cal}} - s_{ac_{med}})^2 \quad (\text{mm}^2) \quad [10]$$

Un valor de Δs próximo a cero, indica una muy buena coincidencia entre el espesor del diente analizado y el correspondiente al de los parámetros descifrados. Valores de $\Delta s < 0,05$ son aceptables para definir una coincidencia práctica entre los parámetros descifrados y los de las ruedas analizadas.

5. Procedimiento para el descifrado de los engranajes cónicos de dientes rectos

El procedimiento para el descifrado comprende tres etapas, cada una de las cuales presenta igual importancia por la influencia decisiva que tienen en los resultados que serán alcanzados.

5.1. Etapa de medición

Con el objetivo de realizar los cálculos ingenieriles que permiten obtener la geometría fundamental del dentado de las ruedas de un engranaje cónico de dientes rectos deben de ser obtenidos los siguientes parámetros:

z_1, z_2 : Número de dientes de las ruedas. Se debe tener especial cuidado al realizar el conteo de la cantidad de dientes en las ruedas del par engranado analizado, es recomendable realizar alguna marca con tiza que ayude en este procedimiento.

d_{ae1}, d_{ae2} : Diámetros exteriores de cresta de las ruedas. Esta medición debe ser realizada con un pie de rey de dimensiones adecuadas y que permita medir la distancia entre la cresta de dientes opuestos diametralmente. La medida siempre será más precisa en ruedas con número par de dientes. Aunque es prácticamente aplicable en ruedas con cantidad impar de dientes, siempre mejor mientras mayor sea el número de dientes. En ruedas con una modificación importante de su cresta exterior, el procedimiento se ve *limitado* y es recomendable inferir un valor próximo de diámetro de cresta exterior, en estos casos los resultados podrían verse afectados.

d_{fe1}, d_{fe2} : Diámetros exteriores de fondo de las ruedas. Son aplicables las mismas recomendaciones que para los diámetros de cresta.

s_{med} y h_{med} : Pares de valores de espesor y altura de medición en los dientes. La medida del espesor debe ser realizada en un plano perpendicular a los flancos de los dientes. Con el objetivo de realizar una buena medición es requerido que los flancos de los dientes controlados no estén deteriorados y perfectamente limpios. Es recomendable que sean realizadas no menos de 5 mediciones de espesores con alturas diferentes en los dientes, sin considerar valores cercanos a la cresta o el pie del diente. Es requerida una precisión del orden de 0,01 mm.

5.2 Etapa de cálculos ingenieriles

Tomando como referencias los valores previamente obtenidos, es posible determinar con suficiente precisión práctica los parámetros del dentado de las ruedas engranadas, en dependencia de la exactitud con que fueron obtenidos los datos iniciales y establecidos los rangos de búsqueda de los parámetros geométricos.

Los rangos de búsqueda que a continuación se establecen corresponden a recomendaciones de aquellos valores que durante la elaboración del procedimiento y en la comprobación práctica realizada durante el trabajo brindaron mejores resultados.

Módulo exterior. Inicialmente es conveniente que sean empleados los valores normalizados de módulos. En caso que los resultados de los términos Δd_{ad_f} y Δs no sean adecuados es conveniente que el intervalo de variación del módulo se reduzca y sean empleados valores pequeños de incrementos durante el proceso de búsqueda.

Ángulo de presión.

Los valores más frecuentes son:

$\alpha = 14.5, 20, 22.5, 25$ y 28 .

En caso de estimarse una búsqueda más amplia pueden ser empleadas ángulos con diferencias de $0,5^\circ$.

Factor de altura de la cabeza del diente.

$h_a^* = 0.75 \dots 1.20$, con incrementos de 0.05

Factor de holgura radial.

$c^* = 0.2 \dots 0.4$, con incrementos de 0.05

Coefficiente de corrección radial.

Para el piñón: $x_{hm} = 0 \dots 1$, con incrementos de 0.1 - 0.05

Para la rueda: $x_{hm} = -1 \dots 0$, con incrementos de 0.1 - 0.05

Coefficiente de corrección tangencial.

Para el piñón: $x_{sm} = 0 \dots 0.2$, con incrementos de 0.01

Para la rueda: $x_{hm} = -0.2 \dots 0$, con incrementos de 0.01

El procedimiento para el descifrado de un engranaje cónico de dientes rectos, es brindado mediante un diagrama de bloque que muestra las generalidades del proceso. Véase figura 5.

5.3. Etapa de Análisis de Resultados

Un examen de los valores de espesores s_{cc} y s_{ac} , así como de los términos Δd_{ad_f} y Δs , permite brindar conclusiones relacionadas con los resultados alcanzados y poder decidir la continuación de la búsqueda con otros rangos de valores.

Espesores s_{cc} , s_{ac} y alturas h_{cc} , h_{ac} .

Son inadmisibles valores negativos de espesores y altura de medición: $s_{cc} \leq 0$, $s_{ac} \leq 0$, $h_{cc} \leq 0$, $h_{ac} \leq 0$ ó un espesor del diente según cuerda constante mayor que espesor del diente según altura constante $s_{ac} \leq s_{cc}$.

Coefficientes de corrección x_{hm} y x_{sm} .

La generalidad de las veces los engranajes cónicos ortogonales son construidos con valores de los coeficientes de corrección iguales y opuestos. Por ello, una muestra de buena concurrencia de los valores descifrado es que:

$$x_{hm1} = -x_{hm2} \text{ y } x_{sm1} = -x_{sm2}$$

Factor Δd_{ad_f} .

Este termino es un buen indicador de cuan preciso se ha sido en la determinación del módulo exterior, el coeficiente de corrección radial y los factores altura del diente y de holgura radial. Valores próximos a cero son aceptables para este factor. En casos donde no se emplee el valor del diámetro exterior de fondo es admisible $\Delta d_{ad_f} \leq 0.0005$.

Factor Δs .

Magnitudes cercanas a cero de este factor indican una muy buena coincidencia entre el espesor del diente analizado y el correspondiente al de los parámetros descifrados. Son aceptables valores de $\Delta s < 0,05$.

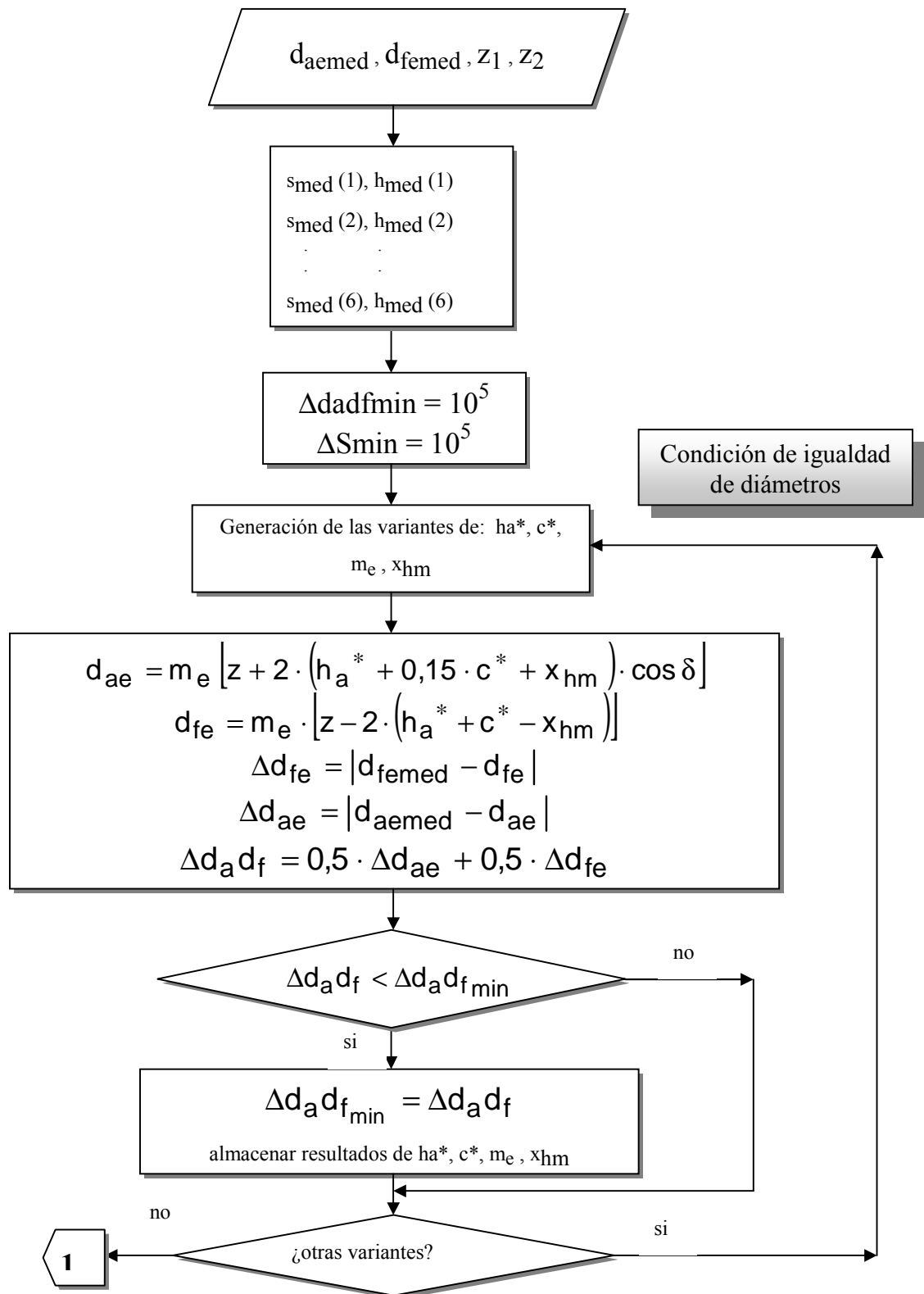


Fig. 5. Etapa de cálculos ingenieriles.

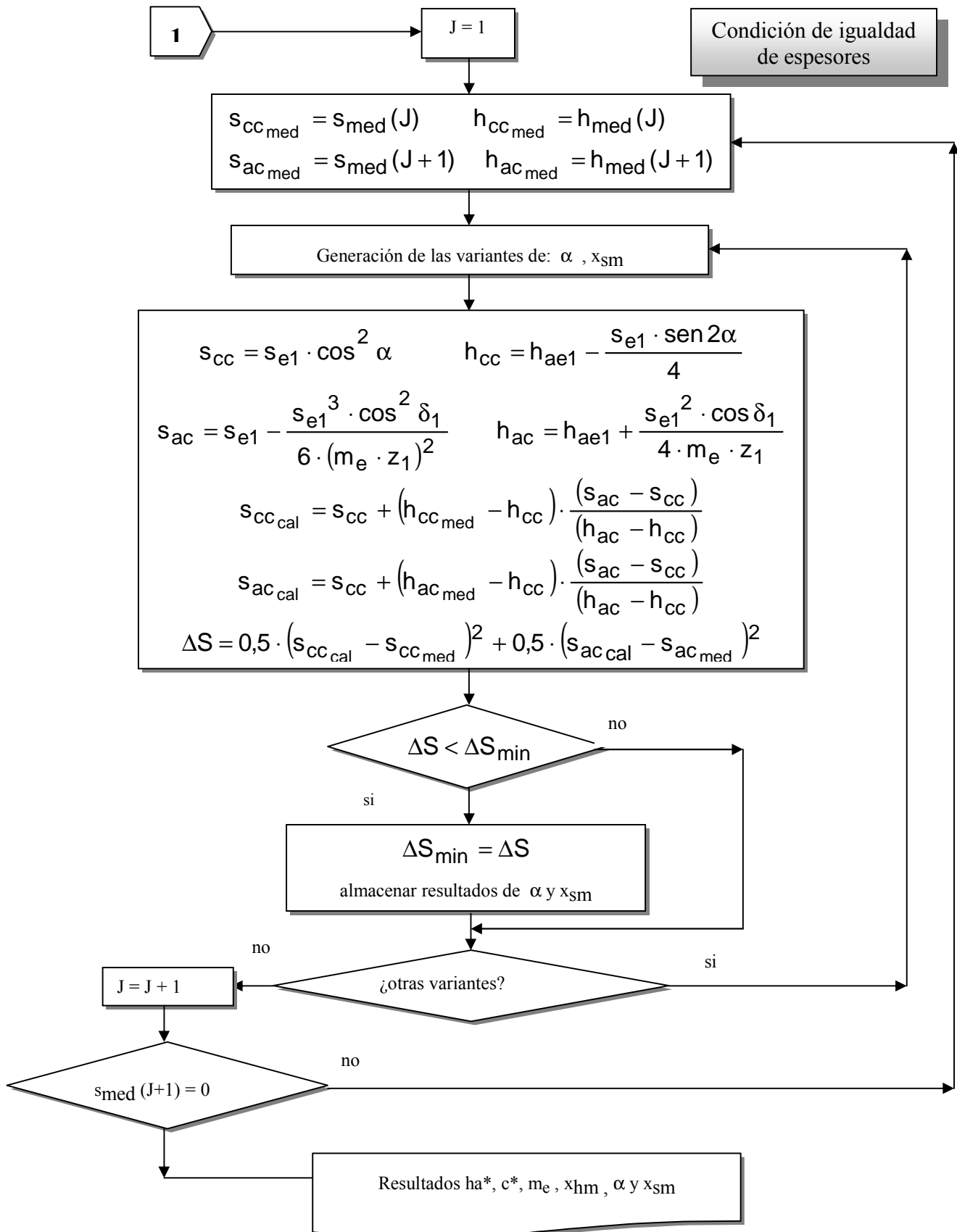


Fig. 5. (Continuación) Etapa de cálculos ingenieriles.

6. Resultados de un ejemplo práctico

Con el objetivo de mostrar la efectividad del procedimiento antes descrito se muestra uno de los resultados alcanzado con su aplicación en el descifrado de una muestra de rueda de un par cónico, donde era necesario reproducir el engranaje.

Medidas realizadas:

Diámetro de cresta en la rueda = 137.64 mm.

Número de dientes = 18 y 10

Tabla de pares de medidas de altura y espesor de dientes.

Par	1	2	3	4	5
h (mm)	2.0	5.0	6.0	8.0	12.0
S (mm)	6.60	9.65	10.30	12.00	14.02

Resultados obtenidos:

Módulo exterior, $m_e = 7.3$

Ángulo de presión en la herramienta $\alpha = 22.5^\circ$

Factor de altura del diente, $h_a^* = 0.88$

Diámetro de cresta de la rueda = 137.64 mm.

Coefficiente de corrección radial y tangencial en la rueda:

$x_{hm} = 0,00$, $x_{sm} = -0.02$

Control en el cono de referencia exterior:

$h_{ae} = 6.42$ mm, $S_e = 11.32$ mm,

Control en cuerda constante:

$h_{cc} = 4.42$ mm, $S_{cc} = 9.66$ mm

Control en altura constante:

$h_{ac} = 6.54$ mm, $S_{ac} = 10.30$ mm

Tabla de espesores calculados.

Calculando el par:	h (mm)	S (mm)	Δ %
2	5.0	9.37	-2.8
3	6.0	10.43	1.2
4	8.0	11.54	-3.8

7. Conclusiones

En el trabajo es brindado un procedimiento de descifrado de engranajes cónicos de dientes rectos, con indudable valor práctico y originalidad, el cual brinda una solución satisfactoria ante un importante grupo de engranajes cónicos donde pudiera ser admisible valores medios de precisión de los parámetros básicos del engranaje. El procedimiento en cuestión, ha sido aplicado en el descifrado de un conjunto razonable de pares cónicos con resultado satisfactorios, cuando las ruedas de los engranajes no presentan un apreciable recortado de la cresta exterior y el estado de los flancos de los dientes propicia buenas mediciones.

Bibliografía

1. Stadtfeld, H., The Next Step in Bevel Gear Metrology. Gear Technology. Vol 13, #1, Pag.18-23, Ene. / Feb. 1996
2. Gleason Works, Guide to Bevel Gears, Publicación SD4155, Rochester, E.U.A., 1981
3. González Rey, G., Descifrado Geométrico y Cálculo de la Capacidad de Carga de Engranajes Cilíndricos. 9no Congreso Iberoamericano de Mantenimiento, Pags.245-250. Perú, 1997
4. Dziama, A., Przekładnie Zebate, Editorial P.W.N., Varsovia, Polonia, 1989.
5. Wójcik, Z., Przekładnie Stozkowe. Editorial W.N.T., Varsovia, Polonia, 1984.
6. Norma ANSI/AGMA 2005-C96, Design Manual for Bevel Gears, Alexandria, E.U.A, 1996
7. Norma GOST 19326-73, Cálculo Geométrico de Engranajes Cónicos Espirales (en ruso), Moscú, URSS, 1974.

Procedure to obtain the basic geometric parameters of a straight bevel gear

Abstract

The great diversity of gear types used in the Cuban industries have impeded the generalized repair of these components and has required that the recovery of gearwheels need of inverse engineering methods to know the basic geometric parameters for posterior reconstruction and/or evaluation of the load capacity. Mechanical engineers linked with gear transmissions should be capable of determining, with a precision level middle, the fundamental geometric parameters of gears. For that reason, in this paper is referred a practical method to obtain the fundamental geometric parameters of a straight bevel gear.

Key words: Straight bevel gear, recovery, geometry, tooth thickness.

