

# Procedimiento de corte en cuerpos sólidos poliédricos

**A. Miguel Iznaga Benítez, I. Pérez Mallea.**

Departamento de Gráfica de Ingeniería.

Instituto Superior Politécnico *José Antonio Echeverría*.

Calle 114 esq. 127, Marianao 15, Ciudad de la Habana, Cuba

Teléfono: (537) 260 2267 Fax: (537) 267 1644

E – mail: [icznaga@mecanica.ispjae.edu.cu](mailto:icznaga@mecanica.ispjae.edu.cu)

[mallea@mecanica.ispjae.edu.cu](mailto:mallea@mecanica.ispjae.edu.cu)

(Ponencia recibida para ser presentada en el 2º Congreso Cubano de Ingeniería Mecánica, ISPJAE, Ciudad de la Habana, Septiembre 2000)

## Resumen

El conocimiento de la estructura de datos de los modelos geométricos ha posibilitado el desarrollo de algoritmos para solucionar problemas complejos. Estos algoritmos han facilitado a su vez, la automatización en las oficinas de diseño a través de los medios computacionales.

Por tal motivo, se presenta el desarrollo de un algoritmo para la obtención de cortes y secciones en cuerpos geométricos poliédricos, se plantean las etapas fundamentales del algoritmo y a través de un ejercicio se ejemplifica el mismo.

Este algoritmo puede ser utilizado en la creación de *software* que ayuden al proceso docente.

**Palabras claves:** enseñanza, gráfica, separación de sólidos, geometría, dibujo, algoritmo, CAD.

## 1. Introducción

El avance de la tecnología microelectrónica a posibilitado que existan microcomputadoras pequeñas y a bajo costo con suficiente apoyo a las aplicaciones gráficas, de ésta forma, la experimentación gráfica por computadoras puede ponerse al alcance de muchos. Sin embargo, la verdadera naturaleza de aprender las técnicas y procedimientos para la representación gráfica estriba en la compleja naturaleza del tema de representación.

El estudio de las gráficas por computadora exige la comprensión de la máquina y de las tecnologías de exhibición y una base sólida en geometría analítica. Esto debe complementarse con conocimiento sobre operaciones con estructura de datos y algoritmos. [4]

Los ingenieros y científicos estudian los procesos de diseño. Como resultado se han presentado trabajos para automatizar la solución de muchos problemas de la geometría descriptiva. Por tal motivo, se ofrece un algoritmo para la solución de obtener cortes en cuerpos geométricos, obteniendo dentro del proceso la sección y la separación del modelo en dos sólidos definidos geométricamente a través de su estructura.

Debido a la gran gama de cuerpos geométricos que existen, solo presentaremos la solución para cuerpos

geométricos limitados por las figuras planas, o sea, por polígonos denominados poliedros.

El algoritmo que se presentará puede ser instrumentado en la creación de *softwares* que ayuden al desarrollo de la visión espacial en el proceso de enseñanza aprendizaje en las carreras de ingeniería. [1]

## 2. Desarrollo

### Modelo del sólido.

El modelo geométrico de un sólido es una representación matemática de la forma física del mismo llevado a la forma en que se puede procesar por una computadora. Las tres formas principales de presentar el modelo de un sólido en gráfica por computadora son:

Alambre

Superficies de contorno

Sólido

El sistema de modelado de sólidos es usualmente sostenido por dos tipos principales de datos que lo describen: datos geométricos y datos topológicos. Los datos geométricos consisten en los parámetros de definición básica de la forma del objeto, por ejemplo: las coordenadas de los vértices que caracterizan a los poliedros. Los datos topológicos incluyen la relación de conexiones entre componentes geométricos.

La geometría descriptiva estudia diferentes aspectos que ayudan a la formación de una visión espacial. Este proceso hace que el estudiante represente los sólidos poliédricos como uniones de caras que se encuentran unidas por aristas y a su vez están ligadas por vértices, así pueden ser representados mentalmente desde cuerpos simples hasta cuerpos más complejos. [3]

El tratamiento de los cuerpos sólidos por la geometría descriptiva se realiza en proyección ortográfica, o sea, no existía hasta el surgimiento de los *softwares* gráficos un sistema que permitiera el trabajo con cuerpos sólidos como entidades.

Dentro de los medios computacionales la creación de cuerpos más complejos se hace a través del uso de operadores booleanos: unión, intersección y diferencia. Estos operadores aplicados a los cuerpos primitivos facilitan la construcción de cuerpos más complejos. [3]

Los cuerpos geométricos complejos ó modelos pueden ser íntegros o huecos, con orificios, entalladuras, etc. Sus formas y características pueden ser diversas estando dadas por su función y/o el proceso tecnológico de fabricación.

**Corte del modelo.**

La estructura de datos de un modelo geométrico está compuesta por los valores de coordenadas de los vértices, las relaciones de unión de los mismos que forman las aristas y los polígonos cerrados que constituyen las superficies que hacen las caras del poliedro. La estructura de la información geométrica garantiza que al mover un vértice se alteren consecuentemente todas las demás entidades que dependen del mismo.

Cuando la estructura interna de la pieza tiene una forma complicada gran cantidad de líneas dificultan la lectura del dibujo y con frecuencia hace interpretar incorrectamente la forma de la pieza, esto es eludido empleando representaciones convencionales.

Partiendo de conocer la estructura de datos de un cuerpo o modelo poliédrico presentaremos como se determina el corte del mismo, la sección que se genera desde el punto de vista del trabajo computacional y su relación con los aspectos geométricos. No pretendemos aquí dar las formas de cómo realizar los algoritmos computacionales para el almacenaje y estructura de la información geométrica ya que este aspecto no es objetivo del trabajo desarrollado.

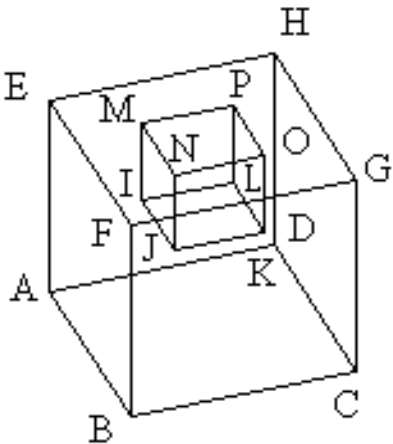
Para la comprensión del proceso algorítmico que proporciona la presentación de los modelos en corte tomaremos como ejemplo el sólido representado en la Figura No. 1. El modelo es un ejemplo sencillo que nos sirve para demostrar los diferentes aspectos a tener en consideración, por consiguiente es fácil demostrar que para conocer la profundidad del agujero no pasante cuadrado es necesario realizar un corte transversal.

Este corte presupone la descomposición del cuerpo en dos sólidos bien definidos estructuralmente, la aparición

de los nuevos vértices en el plano de corte y el análisis de las aristas formadas. Estos aspectos son precisamente los que componen a grandes rasgos el proceso de algoritmización del corte en modelos poliédricos.

**Datos del modelo.**

Analicemos en el modelo ilustrado que si poseemos las dimensiones del mismo y fijamos un sistema de coordenadas es fácil conocer los valores de las coordenadas de cada uno de los 16 vértices que lo componen. Para el desarrollo de este trabajo no es necesario conocerlos, solo nos bastará con saber como se nombran (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P).



**Figura 1.** Modelo de sólido a ser cortado

A partir de conocer donde se encuentran ubicados los vértices se comienza el trabajo con las relaciones de conexión. La primera relación son las aristas. El cuerpo está constituido por 24 aristas las cuales son descritas a continuación:

AB	GH	IM	KL
BC	HE	JN	LI
CD	AE	KO	MN
DA	BF	LP	NO
EF	CG	IJ	OP
FG	DH	JK	PM

La segunda conexión es más compleja, en ella se forman los polígonos y con estos se forman las caras del poliedro, debido a que una cara del cuerpo puede estar formada por más de un polígono. Hemos enumerado las caras en números romanos y a partir de dos (II) para que no exista confusión en la interpretación del trabajo. Se conserva la dirección contraria a las manecillas de reloj para que la normal del plano salga del sólido y, aunque no se repita la primera letra al final, se considera que los polígonos son cerrados.

Luego por la forma que se presenta el cuerpo de análisis se observa que existen 11 caras o superficies de

contornos que limitan en el espacio el volumen del cuerpo y se encuentra representado como:

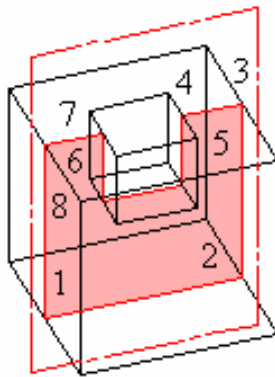
II -	EFGH - MPON	VIII -	ABFE
III -	BCGF	IX -	MNJI
IV -	MILP	X -	KOPL
V -	AEHD	XI -	CDHG
VI -	KLIJ	XII -	KJNO
VII -	ADCB		

La cara II está constituida por dos polígonos. La estructura de formación el polígono MPON, de la cara II, posee una normal con dirección contraria al espacio ocupado por el sólido, por consiguiente, significa que existe un hueco en esa superficie dando la estructura de un sólido con agujero.

#### Plano de corte.

El elemento que define la forma del corte es el plano secante imaginario que atraviesa el sólido. Este plano puede estar dado de forma tal que permita formular matemáticamente la ecuación que lo caracteriza. No discutiremos las formas y ecuaciones debido a que no constituye el aspecto central del trabajo.

Al cortarse un poliedro por un plano, el poliedro queda dividido en dos partes: derecha e izquierda. Tomemos como parte derecha aquella en la cual la dirección de la normal del plano es positiva. Por tal motivo, trazaremos un plano dado por tres puntos  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ , donde la dirección del vector normal estará formado por el producto vectorial de  $p_1p_2 \times p_1p_3$ . La figura No. 2 representa la posición del plano de corte con relación al cuerpo y la sección que genera.



**Figura 2.** Representación del plano de corte y la sección generada por dicho plano.

#### Procedimiento algorítmico.

La descomposición de un cuerpo sólido mediante un corte presupone varios aspectos a tener en consideración, los cuales son:

- Clasificación de las aristas.
- Determinación de los puntos de intersección.
- Clasificación y reestructuración de polígonos.

- Análisis de las nuevas aristas formadas y definición de los polígonos.

Explicaremos auxiliándonos del ejemplo estos cuatro aspectos. No pretendemos dar un procedimiento computacional ni si quiera un pseudo código para no desviar al lector de la explicación y dejar para su creatividad la confección de los mismos.

A partir de este instante denominaremos las partes del cuerpo dividido como derecha e izquierda en correspondencia a su relación con la normal del plano.

#### Clasificación de las aristas.

Esta clasificación tiene por objetivo determinar cuales son las aristas que interceptan al plano de corte e ir realizando la estructura de datos de los dos modelos obtenidos. Esto se lleva a cabo realizando una lectura de los vértices clasificándolos en los que se encuentran a la derecha, izquierda o sobre el plano. Para nuestro ejemplo en desarrollo la clasificación queda de la siguiente forma:

Derecha	Interceptan	Izquierda
BC NO	AB LK	AE MI
CG OK	CD IJ	EH IL
GF KJ	GH MN	HD LP
BF JN	OP EF	DA PM

Esta clasificación matemáticamente se fundamenta en comparar las distancias de los vértices al plano de corte. Cuando las distancias de los dos extremos sean positivas significa que están a la derecha, cuando sean negativas estarán a la izquierda y cuando sean de diferentes signos significa que la arista atraviesa el plano de corte, o sea, lo intercepta.

#### Determinación de los puntos de intersección.

Los puntos de intersección de las aristas con el plano deben ser almacenados para su posterior utilización. Este almacenamiento se realiza dando una numeración continua a los puntos de intersección y manteniendo la pertenencia del punto a la arista sin importar el orden establecido en la dirección de la misma. Esto surge del concepto geométrico de intersección donde el punto de intersección existe independientemente de la dirección que se tome en la recta que lo posee.

El resultado de este proceso en nuestro ejemplo nos queda como se muestra:

AB - 1	LK - 5
CD - 2	IJ - 6
GH - 3	MN - 7
OP - 4	EF - 8

Estos puntos de intersección tienen la característica de que son los nuevos vértices que surgen, pueden encontrarse en ambos cuerpos y constituyen la sección contenida en el plano de corte.

**Clasificación y reestructuración de polígonos.**

Este procedimiento es un poco más complejo que los anteriores, primero se realiza una clasificación de los polígonos que constituyen las caras, determinando cuales quedan a la *derecha*, *izquierda* o se *interceptan*. Segundo, a los polígonos que están en la categoría de interceptan se les van incluyendo los puntos de intersección según las aristas que lo forman, recordar que no importa el sentido de la misma. Cuando la arista interceptada está constituida por los vértices con que empieza o termina el polígono siempre se incluye al final, esto garantiza que el mismo siempre comience con una letra. En nuestro ejemplo este aspecto queda como sigue:

Derecha	Interceptan	Izquierda
BCGF	E8FG3H - MP4ON7	AEHD
KJNO	K5LI6J	MILP
	AD2CB1	
	A1BF8E	
	M7NJ6y	
	KO4PL5	
	C2DH3G	

Una vez introducido los nuevos vértices o puntos de intersección en los polígonos clasificados como *interceptan* es necesario hacer la división de los mismos. Este proceso constituye el tercer paso, o sea, dividir los polígonos y clasificarlos en los que quedan a la derecha e izquierda.

Para ello, se toma la primera letra del polígono que corresponde con un vértice que se encuentra a la derecha o izquierda, lo cual determina a que estructura de datos corresponde, se coloca en la misma y se concatenan las letras tanto hacia delante o hacia atrás hasta llegar al primer número. Este polígono formado se envía a la parte a la cual pertenece el vértice escogido inicialmente. El resto del polígono en análisis es enviado para la parte contraria del espacio manteniendo los números.

Como ejemplo de lo anterior tomemos el polígono E8FG3H. El vértice E se encuentra a la izquierda luego el polígono 3HE8 estará a la izquierda y el 8FG3 estará a la derecha. Observe que los números se encuentran repetidos en los dos polígonos, ya que, son comunes a las dos estructuras de cuerpos obtenidas. Realizando este procedimiento en nuestro ejemplo queda:

Derecha	Izquierda
8FG3 – 4ON7	3HE8 – 7MP4
6JK5	5LI6
2CB1	1AD2
1BF8	8EA1
7NJ6	6IM7
5KO4	4PL5
3GC2	2DH3

En el procedimiento descrito no existe ningún proceso matemático es solo trabajo de formación y concatenación de datos. Hasta aquí ya tenemos separados los datos iniciales del cuerpo en los dos obtenidos luego los próximos pasos se hacen en ambas estructuras de datos ya que su comportamiento puede ser distinto.

**Análisis de las nuevas aristas formadas y definición de los polígonos.**

El objetivo fundamental de este proceso es obtener como se unen los puntos de intersección obtenidos anteriormente eliminando las ambigüedades. Las posibles nuevas aristas se forman al encontrarse en los polígonos los números consecutivos. Este proceso corresponde al análisis de dos segmentos de una misma recta, comparación de los valores de coordenadas y observación del sentido de formación de los segmentos en los polígonos.

Este proceso se realiza primero en el cuerpo de la derecha y después en el otro, explicaremos para el ejemplo como se realiza en el cuerpo que está a la derecha. Conociendo que los polígonos son cerrados, las nuevas aristas formadas deben ser 38, 74, 56, 12, 81, 67, 45, 23.

Las aristas que están coincidentes en la misma recta en nuestro ejemplo son 38 y 74. Estas aristas deben ser analizadas debido a que puede existir superposición. Del análisis de las coordenadas se concluye que la arista 74 está contenida en la arista 38, además sus direcciones son contrarias, por tal motivo, deben sustraerse estas dos aristas, obteniéndose por la transformación dos aristas nuevas de la siguiente forma 34 y 78.

Demostrando que 34 y 78 son las verdaderas aristas y realizando un análisis igual para el lado izquierdo tenemos que la primera cara de las dos partes queda formada como:

Derecha	Izquierda
8FG34ON7	3HE87MP4

Reorientando ya todos los polígonos existentes solo nos resta construir los polígonos nuevos sobre el plano. Recordemos que en nuestro ejemplo se forma una sección con un solo polígono, pero es posible que para otro ejemplo cualquiera la sección este constituida por más de uno. Por tal motivo, se explicará el proceso general.

Se toma una de las nuevas aristas formada sobre el lado derecho (después se realizará con el izquierdo) y se va buscando la otra nueva arista que concatena hasta llegar a la arista inicial. Es bueno aclarar que no se deben repetir las letras cuando se haga la formación de los mismos. Si quedan algunas aristas todavía sin unir, se toma una de ellas y se repite el proceso, esto termina cuando todas las aristas estén contenidas en un polígono.

En nuestro ejemplo es muy fácil la obtención del nuevo polígono. Tomando la estructura derecha y comenzando por la arista 34 podemos formarlo. Observe que no queda ninguna de las nuevas aristas obtenidas sin participar. Para la estructura de la izquierda es solo invertir el sentido. De ésta forma se tiene que:

Derecha		Izquierda
34567812		21876543

Así, queda dividido el cuerpo inicial de la figura 1 en dos cuerpos, denominados inicialmente uno a la derecha y otro a la izquierda. La sección del cuerpo en el plano está formada por los polígonos constituidos por las nuevas aristas.

### 3. Conclusiones

El algoritmo proporcionado permite:

- 1) Confeccionar la estructura de datos geométricos de los dos cuerpos al producirse un corte, lo que permite la elección posterior de cualquiera de los dos.
- 2) Obtener la sección que se produce al colocar un plano de corte en un cuerpo.

- 3) Brinda la posibilidad de crear procedimientos computacionales para la obtención automática de corte en cuerpos sólidos.

El procedimiento desarrollado solo es aplicable a cuerpos poliédricos cuando se les realiza un corte simple no escalonado y permite la división del cuerpo solo en dos estructuras.

### 4. Bibliografía

1. Bogoliúbov, S. Dibujo Técnico. Editorial MIR. Moscú. 1988
2. Gráfica por Computadoras. Teoría y Problemas. ISPJAE, 1990
3. Mortenson, M. E. Geometric Modeling. Editorial John Wiley & Sons, Inc. 1985
4. Scheid, F. Introducción a la ciencia de las computadoras. Editorial Dossat, S. A. Libros McDraw-Hill. 1972

---

## Section procedure in solid polyhedral bodies.

### Abstract:

The knowledge of data structure in geometric models has facilitated the development of algorithms to solve complex problems. These algorithms have facilitated in turn, the automation in the design by computational means. For such reason, is presented the development of an algorithm for the obtaining of sections in polyhedral geometric bodies, the fundamental stages of the algorithm are stated and illustrated using an example.

This algorithm can be use in the software creation that will help to the educational process

**Key words: section, separation of solids, algorithm, geometric modeling, graphic, CAD. teaching.**