

# Procedimiento de descifrado geométrico de engranajes cilíndricos

**G. González Rey, A. García Toll, T. Ortiz, V. González Ballester**

Departamento de Mecánica Aplicada. Facultad de Ingeniería Mecánica.

Instituto Superior Politécnico José A. Echeverría (ISPJAE)

Calle 116 s/n, CUJAE, Marianao 15, Ciudad Habana, Cuba.

Teléfono: 537-202267, Fax: 537-277129, E-mail: cidim@mecanica.ispjae.edu.cu

(Recibido el 14 de diciembre de 1999, aceptado el 20 de 2 enero del 2000)

## Resumen

La gran diversidad de los tipos y tamaños de transmisiones por engranajes que son empleados ha dificultado en gran medida la reparación generalizada de estos componentes y ha requerido que la recuperación de las ruedas dentadas necesite de la aplicación de métodos de ingeniería inversa que permita conocer los parámetros geométricos y constructivos iniciales básicos, para su posterior reconstrucción y evaluación de la capacidad de carga. Por tal motivo, en el presente trabajo es brindado un método práctico, con resultados medios de precisión pero prácticamente aceptables, basado en las formulas clásicas de la geometría de los engranajes cilíndricos, para obtener los parámetros fundamentales del dentado de ruedas de un engranaje cilíndrico convencional de ejes paralelos y contacto exterior.

**Palabras claves:** engranaje cilíndrico, geometría, metrología, parámetros de dentado.

## 1. Introducción

Dentro de las variadas formas de transmitir la energía en los equipamientos actuales son destacables las transmisiones mecánicas, con una amplia divulgación en la técnica contemporánea. Múltiples pueden ser las formas de transmitir la energía mecánica, pero indiscutiblemente que las de mayor divulgación y actualidad son las transmisiones por engranajes, debido a la diversidad de soluciones disponibles para transmitir el movimiento con eficiencia.

A pesar de que la transmisión por engranajes puede ser utilizada como una transmisión independiente o intercambiable, es indiscutible que al ser alojada en una armazón rígida, portante de cojinetes para los árboles y hermética, aumenta su valor de uso, debido al incremento de su fiabilidad, capacidad de carga, facilidad de montaje e intercambiabilidad. A este conjunto, capaz de reducir la velocidad angular de un árbol a otro, simplemente transmitiendo potencia mecánica, mediante el empleo de los engranajes, los cuales forman con los árboles, cojinetes, baño de aceite y la carcasa un todo orgánico, caracterizado por un justo equilibrio de las tolerancias de fabricación de los componentes, es lo que se denomina *reductor de velocidad*.

En Cuba, a pesar de llevar adelante su desarrollo económico en una situación compleja, se ha sido capaz de construir series de reductores de velocidad de ejes paralelos tipo tándem [1]. Quizás los reductores más conocidos, han sido los fabricados en los talleres de Planta Mecánica de la provincia de Las Villas a partir de la serie soviética de reductores de velocidad PM, pero también otras series de reductores de velocidad comercializados por firmas extranjeras como las españolas Echasa y Tacke-Olalde y la italiana Rossi *Motorriduttori*, entre muchas otras, han sido introducidas en el país.

La gran diversidad de los tipos y tamaños de reductores de velocidad que son empleados en Cuba, ha dificultado en gran medida la reparación generalizada de estos reductores y ha requerido que la recuperación generalizada de estos agregados necesite de la aplicación de métodos de reingeniería que permita conocer los parámetros geométricos y constructivos iniciales básicos, para su posterior reconstrucción y evaluación de la capacidad de carga de los reductores de velocidad.

Dentro de los componentes más importantes y de más frecuente deterioro en los reductores de velocidad son señalables los engranajes. Por tal motivo, es de interés para la producción que los ingenieros mecánicos, vinculados al trabajo con transmisiones mecánicas, sean

capaces de determinar los parámetros geométricos fundamentales de los engranajes contruidos y de los cuales se desconoce su geometría básica, a partir de mediciones de taller y cálculos ingenieriles. El conocimiento de este procedimiento de descifrado de la geometría es mucho más importante dominarla en aquellos engranajes con mayor aplicación y posibilidad de evaluar en la práctica: *los engranajes cilíndricos*.

Por ello, el presente artículo pretende brindar un procedimiento ingenieril para determinar a partir de mediciones de taller los parámetros geométricos fundamentales del dentado de evolvente de las ruedas de un engranaje cilíndrico de ejes paralelos y contacto exterior.

**2. Descifrado de los parámetros geométricos fundamentales del dentado de un engranaje cilíndrico de contacto exterior y de ejes paralelos**

Las reglas para elaborar los planos de trabajo (de taller) de las ruedas dentadas cilíndricas con perfil de

evolvente [2] orientan la identificación de los parámetros geométricos fundamentales del dentado en la representación de las ruedas dentadas y en la tabla de parámetros que acompaña al plano.

Durante la representación de las ruedas dentadas en los planos de trabajo se requiere especificar:

- El diámetro de la circunferencia de cresta (da).
- El ancho del dentado (b)
- Dimensiones del destalonado de la cabeza del diente.
- La rugosidad de los flancos del diente.
- La profundidad de la corrección longitudinal del diente.

De todos estos parámetros, solo el diámetro de cresta “da” es importante para la geometría de la rueda y el engranaje, el resto de los parámetros tienen un variado nivel de influencia en la resistencia del engranaje.

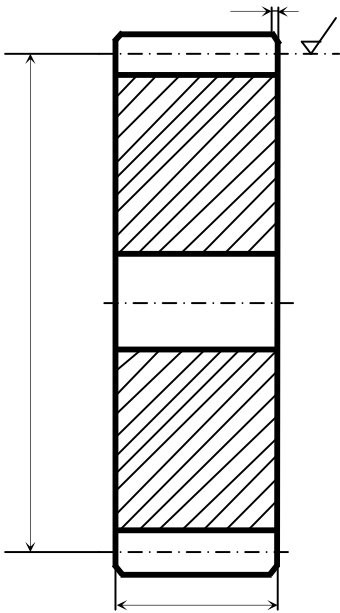


Figura 1 - Parámetros fundamentales identificados en el plano de taller de una rueda dentada.

Módulo		m	
Número de dientes		z <sub>1</sub>	
Ángulo de inclinación de la hélice		β	
Sentido de dirección de la hélice			
Coeficiente de corrección		x	
Clase de precisión			
Cremallera básica normalizada			
Datos para el control de la posición de los flancos opuestos		s	
		h	
Diámetro de referencia			
Rueda conjugada	Número de dientes	z <sub>2</sub>	
	Código del plano		

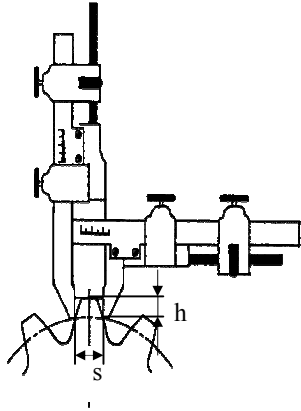
En la tabla de parámetros incluida en el plano de trabajo de las ruedas dentadas cilíndricas es necesario especificar:

- El modulo (m).
- La cantidad de dientes (z).
- El ángulo de inclinación de la hélice en el cilindro de referencia (β).
- Sentido de la dirección de la hélice para el diente helicoidal.
- Parámetros de la cremallera básica:
  - ángulo de flanco (presión) ..... (α)
  - coeficiente de altura de la cabeza ..... (h<sub>a</sub><sup>\*</sup>)
- coeficiente de holgura radial ..... (c<sup>\*</sup>)
- coeficiente de radio de fondo ..... (p<sub>r</sub><sup>\*</sup>)

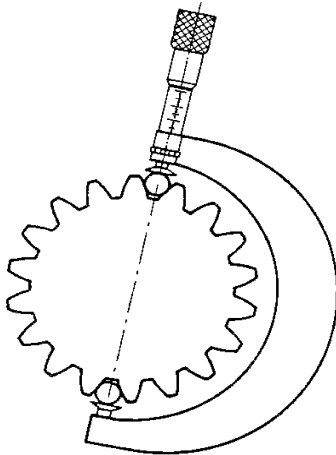
- Coeficiente de corrección ( $x$ )
- Clase precisión y el tipo de conjugación.
- Diámetro de referencia de la rueda conjugada ( $d$ ).
- Número de dientes de la rueda conjugada ( $z$ ).
- Datos para el control de los flancos opuestos, según el método de control seleccionado:

#### Control del espesor del diente a una distancia determinada de la cresta.

**Figura 2** – Medición del espesor de un diente con un pie de rey de dentado. Espesor de cuerda ( $s_c$ ). Altura de medición de  $s_c$  ( $h_c$ )

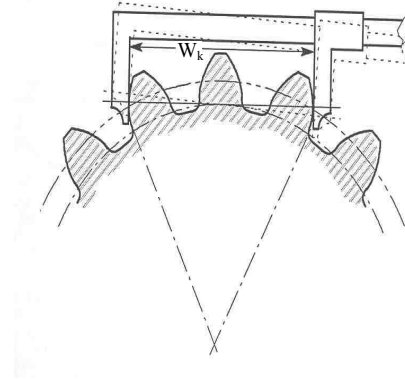


#### Control de la medida sobre rodillos



**Figura 3** – Medición de la distancia entre los rodillos de control con micrómetro. Dimensiones sobre rodillos ( $M$ ). Diámetro de rodillos ( $d_M$ ).

#### Control de la longitud de la tangente base.



**Figura 4** – Medición de la tangente base. Longitud de la tangente base ( $W_k$ ).

Cantidad de dientes en  $W_k$  ( $k$ ).

Con excepción de los datos para el control de la posición de los flancos opuestos y el coeficiente del radio de fondo, el resto de los parámetros de la tabla del dentado son fundamentales para el completamiento geométrico de las ruedas y el engranaje y necesarios a determinar durante el descifrado. Por ello un descifrado conveniente de la geometría de un engranaje debe ser capaz de brindarnos información sobre los valores de módulo ( $m$ ), ángulo de inclinación de la hélice en el cilindro de referencia ( $\beta$ ), ángulo de presión de la cremallera ( $\alpha$ ), coeficiente de altura de la cabeza ( $h_a^*$ ), coeficiente de holgura radial ( $c^*$ ) y coeficientes de corrección ( $x_1$  y  $x_2$ ).

### 3. Parámetros a medir

Con el objetivo de realizar los cálculos ingenieriles que permiten obtener la geometría fundamental del dentado de las ruedas de un engranaje cilíndrico de contacto exterior y ejes paralelos, es necesario que sean obtenidos los siguientes parámetros:

$z_1, z_2$  : Número de dientes de las ruedas. Se debe tener especial cuidado al realizar el conteo de la cantidad de dientes en las ruedas del par engranado analizado, es recomendable realizar alguna marca con tiza que ayude en este procedimiento.

$d_{a1}, d_{a2}$  : Diámetros de cresta de las ruedas. Esta medición debe ser realizada con un pie de rey de dimensiones adecuadas y que permita medir la distancia entre la cresta de dientes opuestos diametralmente. La medida siempre será más precisa en ruedas con número par de dientes. También es prácticamente aplicable en ruedas con cantidad impar de dientes, siempre mejor mientras mayor sea el número de dientes.

$b_1, b_2$  : Ancho de los dientes de las ruedas. El ancho de los dientes será medido en el plano axial de las ruedas (plano que contiene a los ejes de rotación de las ruedas). Puede ser empleado un pie de rey, aunque puede ser suficiente una regla con graduaciones en milímetros.

$Wk_1, Wk_2$ : Longitud de la tangente base medida en las ruedas en "k" dientes. La medida de este parámetro de control es realizada a través de varios dientes y está dada por la distancia entre dos planos paralelos, que tocan en dos flancos opuestos de los dientes, de forma tal que las caras de medición del instrumento (pie de rey o micrómetro) estén en contacto con los flancos de los dientes en la tangente a la circunferencia básica, según puede ser observado en la figura 4. Esta medida debe ser realizada en un plano normal a los flancos de los dientes. Con el objetivo de realizar una buena medición de la longitud de la tangente base es requerido que los dientes controlados estén perfectamente limpios.

$k_1, k_2$  : Número de dientes donde se mide la longitud de la tangente base en las ruedas. Generalmente el número de dientes donde debe ser medida la tangente base puede ser calculado por fórmulas y gráficos [3] en dependencia de la geometría del engranaje la cual es desconocida en el momento del descifrado se desconoce. En estos casos, es prácticamente aceptable, una medición de la longitud base cuando ambas caras de medición del instrumento son tangente a los flancos de los dientes y el contacto se realice a la misma altura en los dientes (aproximadamente a la mitad de altura). Puede servir de orientación los valores dados en la tabla 1, obtenidos durante repetidas prácticas de laboratorios del Departamento de Mecánica Aplicada del ISPJAE y corroborada con las recomendaciones brindadas en el Manual de Engranaje de la firma MAAG [3].

**Tabla 1.-** Orientaciones del número  $k$  de dientes para medir la longitud de la tangente base  $Wk$ .

$\beta$ : Ángulo de la hélice	$k_1$ ó $k_2$ : Número de dientes donde se mide la longitud de la tangente base en las ruedas.											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	$z_1, z_2$ : Número de dientes de las ruedas.											
$0^\circ$	11	18	28	36	44	55	65	75	85	95	100	110
	18	28	36	44	55	65	75	85	95	100	110	120
$20^\circ$	10	16	24	30	42	48	55	65	75	85	95	100
	16	24	30	42	48	55	65	75	85	95	100	110
$40^\circ$	6	9	14	18	24	28	32	36	42	46	50	54
	9	14	18	24	28	32	36	42	46	50	54	60

$h_1, h_2$  : Altura de los dientes en las ruedas. Esta medición puede ser realizada con un pie de rey que tenga extensión de profundidad, debe tenerse especial cuidado en realizar la medición desde la cresta del diente hasta su fondo, en un punto lo más cercano a la base del diente.

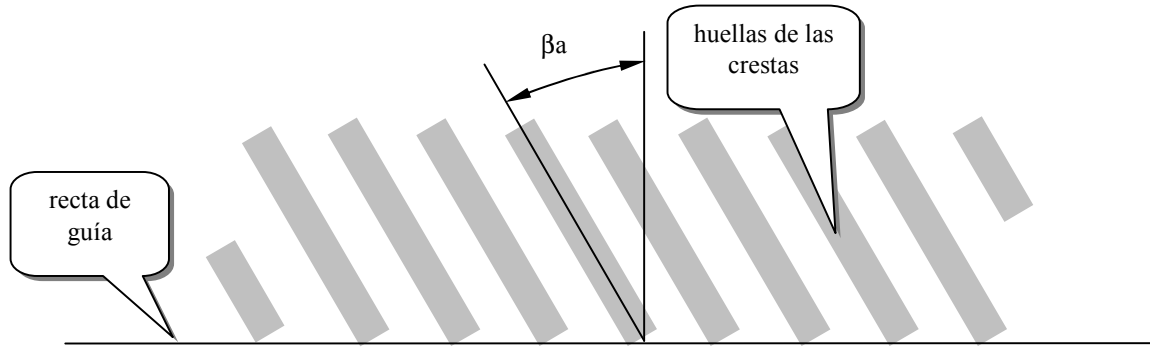
$a_w$  : Distancia interaxial. Es la distancia entre los centros de rotación de las ruedas y es un valor que debe ser determinado con relativa precisión. Generalmente en los reductores de velocidad y cajas de velocidades la distancia interaxial de las ruedas dentadas engranadas coinciden con números de preferencia establecidos, por lo que puede ser de ayuda el conocimiento de estos valores al determinar el valor de la distancia interaxial nominal. Esta magnitud puede ser medida tomando como referencia los centros de ejes de los arboles que soportan las ruedas, o preferiblemente como la suma de los radios de los agujeros de alojamiento de los rodamientos y el espesor de separación entre ellos.

$\beta$  : Ángulo de inclinación de la hélice en el cilindro de referencia. Este parámetro de las ruedas del engranaje es quizás de los más difíciles de precisar,

cuando no se está en presencia de ruedas con dientes rectos ( $\beta = 0^\circ$ ) o cuando no se dispone del equipo requerido para el control de la inclinación de la hélice de los dientes. Generalmente son equipos con elevados precios en el mercado internacional y solo se justifica su adquisición en centros donde el intenso empleo del comprobador de hélice permita reponer en un plazo de tiempo aceptable la inversión realizada. La mayoría de los comprobadores de hélice basan su fundamento en un trazador patrón que permite un movimiento combinado de traslación y rotación controlado [4].

Cuando no se disponen de comprobadores de hélices o equipos auxiliares para medir el ángulo de inclinación del diente en el cilindro de referencia, es necesario recurrir a procedimientos de medición menos precisos, pero también más simples como el conocido y denominado: *huella de contacto de la cresta*. Con este fin, la cresta de los dientes de las ruedas son untadas ligeramente con aceite (tinta sería preferible), de forma tal que permita dejar una clara huella al hacer rodar la rueda en línea recta sobre una superficie limpia, lisa y blanca. En esta huella es posible medir con cierta

precisión el ángulo de inclinación de la hélice del diente en la cresta  $\beta_a$ .



**Figura 5** – Huellas marcadas por las crestas de dientes untadas con aceite sobre una superficie blanca, al hacer rodar la rueda en línea recta.

Posteriormente puede ser calculado el ángulo de inclinación de la hélice en el cilindro de referencia como:

$$\beta = \text{sen}^{-1} \left( \frac{m \cdot z \cdot \tan(\beta_a)}{d_a} \right) \quad (1)$$

#### 4. Cálculos ingenieriles

Tomando como referencia los valores previamente obtenidos, es posible determinar con suficiente precisión práctica los parámetros del dentado de las ruedas engranadas, en dependencia de la exactitud con que fueron obtenidos los datos iniciales.

##### **m : módulo normal.**

El módulo es un parámetro necesario de las ruedas y del engranaje para definir las dimensiones de la cremallera básica de referencia y las dimensiones de las ruedas y dientes. Es una dimensión normalizada en el sistema métrico por ISO 54-77 y por normas editadas en países cuyos Comités Técnicos de Normalización han optado por el sistema "módulo", pero que tiene su similar en el sistema *diametral pitch* normado por AGMA 120.01(ver tabla 2). Generalmente, un estudio de la procedencia de la máquina donde es empleado el engranaje nos puede brindar información para definir el sistema geométrico del engranaje a descifrar.

**Tabla 2.** – Conversiones de los valores de módulo m y diametral pitch.

m (mm)	1	1,058	<b>1,25</b>	1,270	1,411	<b>1,5</b>	1,587	1,814	<b>2</b>	2,116	<b>2,5</b>	2,540	<b>3</b>	3,175	<b>4</b>
P (pulg)	25,40	<b>24</b>	20,32	<b>20</b>	<b>18</b>	16,93	<b>16</b>	<b>14</b>	12,70	<b>12</b>	10,16	<b>10</b>	8,466	<b>8</b>	6,350
m (mm)	4,233	<b>5</b>	5,08	<b>6</b>	6,350	<b>8</b>	8,466	<b>10</b>	10,16	<b>12</b>	12,7	<b>16</b>	16,93	<b>20</b>	25,40
P (pulg)	<b>6</b>	5,080	<b>5</b>	4,233	<b>4</b>	3,175	<b>3</b>	2,540	<b>2,5</b>	2,116	<b>2</b>	1,587	<b>1,5</b>	1,277	<b>1</b>

Nota: valores en negritas son preferidos.

El módulo, o su semejante *diametral pitch* convertido a módulo, puede ser determinado haciendo engranar varias herramientas de corte con las ruedas dentadas, aquella con la cual exista un engrane perfecto tendrá el mismo módulo que el empleado para el tallado de las ruedas. Este procedimiento, aunque simple, tiene la limitante de requerir un juego completo de herramientas para dar respuesta a todas las soluciones, por ello es muchas veces necesario aplicar un método basado en la resta de las longitudes de las tangentes bases en número de dientes consecutivos. El procedimiento toma en consideración que la diferencia antes mencionada

coincide con el paso básico del engranaje y su solución matemática es bastante sencilla.

Un análisis de la geometría básica del engranaje en el plano normal permite conocer que:

$$W_k = (k - 1) \cdot p_b + s_b \quad (\text{mm}) \quad (2)$$

$$W_{k-1} = (k - 2) \cdot p_b + s_b \quad (\text{mm}) \quad (3)$$

$$w_k - w_{k-1} = (k - 1) \cdot p_b + s_b - (k - 2) \cdot p_b - s_b$$

Así :

$$p_b = W_k - W_{k-1} = m \cdot \pi \cdot \cos \alpha \quad (\text{mm}) \quad (4)$$

$$m = (W_k - W_{k-1}) / (\pi \cdot \cos \alpha) \quad (\text{mm}) \quad (5)$$

En la fórmula 5, el valor del ángulo de flanco ( $\alpha$ ) debe de ser supuesto. Como el módulo es una magnitud normalizada, prácticamente es posible definir su valor suponiendo  $\alpha = 20^\circ$ , pues aunque el ángulo de flanco asumido inicialmente no sea correcto, debido al valor discreto y significativamente diferentes entre los módulos de las series de normalización, debe ser desigual en varios grados el ángulo de presión para que se incurra en un error al evaluar inicialmente el módulo.

#### $\alpha$ : Ángulo de flanco.

Una de las vías posibles para determinar el ángulo de flanco del perfil de la cremallera básica de referencia del engranaje es comparando la suma de las longitudes teóricas de las tangentes bases de ambas ruedas ( $Wt1_k$  y  $Wt2_k$ ) con el resultado de la suma de las longitudes de la tangente base medidas en las ruedas ( $W1_k$  y  $W2_k$ ).

El anterior procedimiento se realiza para diferentes valores de  $\alpha$  y en aquel valor que las sumas de las tangentes presente más similitud corresponderá al valor de  $\alpha$  más apropiado al ángulo de flanco del perfil de la cremallera básica de referencia empleado en el engranaje a descifrar.

La aplicación de la fórmula 6 tiene como ventaja que no requiere del conocimiento de las correcciones del perfil de los dientes de las ruedas, solo es necesario evaluar el ángulo de engranaje en el plano transversal  $\alpha_{tw}$ .

A continuación es expuesta la deducción matemática que demuestra lo antes expresado:

$$\begin{aligned} Wt1_k &= m \cos \alpha [\pi(k_1 - 0,5) + 2x_1 \tan \alpha + z_1 \operatorname{inv} \alpha_t] \\ Wt2_k &= m \cos \alpha [\pi(k_2 - 0,5) + 2x_2 \tan \alpha + z_2 \operatorname{inv} \alpha_t] \\ \Sigma Wt_k &= Wt1_k + Wt2_k \end{aligned}$$

$$\Sigma Wt_k = m \cos \alpha [\pi(k_1 + k_2 - 1) + 2 \tan \alpha (x_1 + x_2) + (z_1 + z_2) \operatorname{inv} \alpha_t]$$

Conociendo que:

$$2 \tan \alpha (x_1 + x_2) = (z_1 + z_2) \operatorname{inv} \alpha_{tw} - (z_1 + z_2) \operatorname{inv} \alpha_t$$

tendremos que la suma de las longitudes teóricas de las tangentes base es igual a:

$$\Sigma Wt_k = Wt1_k + Wt2_k$$

$$\Sigma Wt_k = m \cos \alpha [\pi(k_1 + k_2 - 1) + (z_1 + z_2) \operatorname{inv} \alpha_{tw}] \quad (\text{mm}) \quad (6)$$

Siendo:

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \alpha}{\cos \beta} \right) \quad (7)$$

$$a = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot \cos \beta} \quad (\text{mm}) \quad (8)$$

$$\alpha_{tw} = \cos^{-1} \left( \frac{a \cdot \cos \alpha_t}{a_w} \right) \quad (9)$$

En la tabla 3 se presenta un caso en que el ángulo de presión  $\alpha = 20^\circ$  es el correspondiente al del engranaje en proceso por observarse una coincidencia prácticamente exacta entre la suma de las longitudes teóricas de las tangentes bases de ambas ruedas ( $\Sigma Wt_k = Wt1_k + Wt2_k$ ) y la suma de las longitudes de la tangente base medidas en las ruedas ( $\Sigma Wk_k = Wk1_k + Wk2_k$ ).

**Tabla 3** – Evaluaciones de diferentes  $\Sigma Wt_k = Wt1_k + Wt2_k$  y  $\Sigma Wt_k = Wt1_k + Wt2_k$  para estimar el valor del ángulo de presión  $\alpha$  en un engranaje en proceso de descifrado.

Datos Iniciales:				
Rueda 1:				
Número de dientes $z_1 = 17$				
Longitud de tangente base $w_3 = 39,90$ mm				
Rueda 2				
Número de dientes $z_2 = 52$				
Longitud de tangente base $w_5 = 71,68$ mm				
Engranaje				
$m = 5$ mm				
$\beta = 11^\circ$				
$a_w = 180$ mm				
Ángulo de presión propuesto $\alpha$	14,5°	<b>20°</b>	22,5°	28°
Ángulo de engranaje $\alpha_{tw}$	19,25°	23,74°	25,91°	30,85°
$\operatorname{inv} \alpha_{tw}$	0,01324	0,02546	0,03357	0,05887
$\Sigma Wt_k = Wt1_k + Wt2_k$	110,87	<b>111,57</b>	112,28	115,02
$\Sigma Wk_k = Wk1_k + Wk2_k$	111,58			

**$x_1, x_2$  : Coeficientes de corrección.**

Conociendo la interrelación geométrica entre la longitud de la tangente base y el coeficiente de corrección puede ser obtenido el valor del coeficiente de corrección de los dientes para cada una de las ruedas engranadas.

$$x_1 = \frac{1}{2 \tan \alpha} \left[ \frac{Wk_1}{m \cos \alpha} - \pi(k_1 - 0,5) - z_1 \operatorname{inv} \alpha_t \right] \quad (10)$$

$$x_2 = \frac{1}{2 \tan \alpha} \left[ \frac{Wk_2}{m \cos \alpha} - \pi(k_2 - 0,5) - z_2 \operatorname{inv} \alpha_t \right] \quad (11)$$

Una forma de corroborar estos resultados es comparando la suma de  $x_1$  y  $x_2$  con el valor de corrección sumaria del engranaje  $x_\Sigma$ , si los valores son prácticamente aceptables el descifrado de los parámetros geométricos ha sido satisfactorio, en caso contrario convendría revisar los cálculos, las mediciones realizadas o el valor de ángulo de flanco ( $\alpha$ ) aceptado.

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 = \frac{\operatorname{inv} \alpha_{rw} - \operatorname{inv} \alpha_t}{2 \tan \alpha} (z_1 + z_2) \quad (12)$$

La validez de estos resultados está en dependencia de la calidad de los datos iniciales obtenidos mediante mediciones en el dentado de las ruedas.

 **$c^*$  : Coeficiente de holgura radial.**

El valor del coeficiente de holgura radial de la cremallera básica del engranaje usualmente coincide con el existente entre las ruedas engranadas, si los dientes en las dos ruedas presentan la misma altura. Este valor puede ser obtenido por deducción mediante el empleo de las fórmulas 13 y 14.

$$c^*_1 = [a_w - 0,5(da_1 + da_2) + h_2] / m \quad (13)$$

$$c^*_2 = [a_w - 0,5(da_1 + da_2) + h_1] / m \quad (14)$$

En caso de disponerse de los calibres requeridos y la posición del dentado engranado permite medir la magnitud de la holgura radial, simplemente puede ser calculado el coeficiente de holgura radial como:

$$c^*_{1,2} = c_{1,2} / m \quad (15)$$

 **$ha^*$  : Coeficiente de altura de la cabeza.**

Conociendo los parámetros geométricos anteriormente explicados pueden ser deducidas las fórmulas 17 y 18 y ser obtenidos los valores de los coeficientes de altura de la cabeza. Generalmente estos valores son iguales para los dientes del piñón y de la rueda, por supuesto que diferencias en estos valores pueden ser atribuidas a imprecisiones en las mediciones o al empleo de dientes con alturas diferentes, debido a un recortado arbitrario de sus crestas en la elaboración de los semiproductos.

$$d_{1,2} = m \cdot z_{1,2} / \cos \beta \quad (\text{mm}) \quad (16)$$

$$h^*_{a1} = \frac{da_2 - 2 \cdot a_w + d_1}{2 \cdot m} + x_1 \quad (17)$$

$$h^*_{a2} = \frac{da_1 - 2 \cdot a_w + d_2}{2 \cdot m} + x_2 \quad (18)$$

**5. Conclusiones**

En el trabajo se presentó una metodología para la obtención de los parámetros geométricos básicos de un engranaje cilíndrico a partir de simples mediciones y cálculos de ingeniería. Pueden servir de ayuda las tablas 3 y 4 para organizar la obtención de los datos iniciales y la aplicación de los cálculos ingenieriles.

**Tabla 3-** Datos iniciales para la obtención de los parámetros del dentado.

Parámetros	Unidad	Símbolo	Piñón	Rueda
Distancia interaxial	mm	$a_w$		
Ancho de diente	mm	B		
Número de dientes	-	Z		
Altura de diente	mm	H		
Diámetro de cresta	mm	$d_a$		
Longitud de tangente base	mm	$W_k$		
Número de dientes de medición	-	K		
Longitud de tangente base	mm	$W_{k-1}$		
Número de dientes de medición	mm	k-1		
Angulo de la hélice en cresta	°	$\beta_a$		

**Tabla 4-** Organización de los cálculos empleados en el descifrado de los parámetros geométricos fundamentales del dentado de un engranaje cilíndrico de contacto exterior.

Parámetro	unidad	Formula	rueda	$\alpha=14,5^\circ$	$\alpha=17,5^\circ$	$\alpha=20,0^\circ$	$\alpha=22,5^\circ$	$\alpha=25,0^\circ$	$\alpha=^\circ$
m	mm	5	1						
	mm		2						
	mm	normalizado	e						
$\beta$	$^\circ$	1	1						
	$^\circ$		2						
Definir $\beta$									
$\alpha_t$	$^\circ$	7	e						
a	mm	8	e						
$\alpha_{tw}$	$^\circ$	9	e						
$\Sigma W_{t_k}$	mm	68	e						
$\Sigma W_k$	mm	-	e						
Definir más cercano									
$x_1$	-	10	1						
$x_2$	-	11	2						
$x_1 + x_2$	-	-	e						
$x\Sigma$	-	12	e						
Definir más cercano									
$c^*$	-	13	1						
	-	14	2						
$ha^*$	-	17	1						
	-	18	2						

e - parámetro del engranaje

Empleando el procedimiento explicado fue elaborado un programa de computación que permite rapidez de cálculo sin errores y con posibilidad de corroborar con precisión los resultados obtenidos, que puedan avalar la exactitud de las mediciones, como son ; la suma de las tangentes base y las correcciones del piñón y rueda. El procedimiento presentado en este artículo ha sido sometido a múltiples corroboraciones en las Practicas de Laboratorio de la Asignatura de Elementos de Máquinas I, desarrollada por el Departamento de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería Mecánica del ISPJAE y presentado en varios eventos internacionales [5,6,7,8] con aceptación de importantes personalidades en el campo del mantenimiento y el diseño mecánico.

## Bibliografía

- Martínez Escanaverino, J., Informe Técnico de los Criterios sobre el Desarrollo de Reductores de Velocidad en Cuba. ISPJAE, 1980.
- NC 02-04-04 : 78. " Norma Cubana para Plano de Trabajo de Ruedas Dentadas Cilíndricas ".
- MAAG Gear Corp., "MAAG Gear Book". Zurich (1990).
- Norma ANSI/AGMA 2113-A97. Measuring Instrument Calibration, Gear Tooth Alignment Measurement, AGMA, Virginia, EUA,
- González Rey, G. ; García, A., Descifrado de la Geometría Básica de Engranajes Cilíndricos, Memorias de la 10<sup>ma</sup> Jornada Científico-Técnica de Ingeniería , Universidad de Zulia, Venezuela, 1998.
- González Rey, G. ; García, A., Metodología para el Descifrado Geométrico de Engranajes Cilíndricos, MANTENERG'97, Palacio de las Convenciones, Habana, Cuba, 1997.
- <sup>7</sup> González Rey, G. ; García, A., Procedimiento para la Obtención de la Geometría Básica de Engranajes Cilíndricos a Reconstruir, Memorias de 8vo Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica, Universidad de Concepción, Chile, 1998
- González Rey, G. ; García, A., Descifrado de la Geométrico y Cálculo de la Capacidad de Carga de Engranajes Cilíndricos, Memorias de 9no Congreso Iberoamericano de Mantenimiento, Lima, Perú, 1997.



## Re – ingeneering of the basic geometric of cylindrical gears

### Abstract

At present, the great diversity of type and size of gear transmissions with industrial application have made difficult the widespread repair of these components. This has required that the gear recovery needs of re-engineering methods that allows to know the basic geometric and manufacturing parameters of gears, for its later reconstruction and evaluation of the load capacity. For that reason, based in the classic formulate of the cylindrical gears geometry, in the present work is offered a practical method with results not too exact, but practically acceptable, to obtain the fundamental parameters of the toothed for a conventional cylindrical gear of parallel axes and external contact.

**Key words:** cylindrical gear, geometry, metrology, parameters of toothed

---

## I Conferencia de Diseño Mecánico de Componentes y Sistemas



Septiembre 12 – 15, 2000, La Habana, Cuba

---

### TEMAS PRINCIPALES

Diseño por Simulación y Optimización, Mecánica del Sólido, Cinemática y Dinámica de las Máquinas, Ingeniería para la Industria y Elementos de Máquinas.

---

### Para enviar trabajos o solicitar información adicional

Comité Organizador CCIM'2000

Instituto Superior Politécnico *José Antonio Echeverría*

Facultad de Ingeniería Mecánica

Calle 127 s/n, CUJAE, Marianao 15, Ciudad de La Habana, Cuba

Teléfono: (537) 20 2267 Fax: (537) 27 1208 E-mail: ccim@mecanica.ispjae.edu.cu