

Análisis de tensiones en árboles de geometría compleja.

M. Sánchez Noa, J. Wellesley-Bourke Funcasta.

Dpto. de Mecánica Aplicada.

Facultad de Ing. Mecánica. ISPJAE.

Calle 127 s/n. CUJAE, Marianao 15, Ciudad Habana.

Teléfono: 260-2267, Fax: 537-2602267.

E.Mail: msanchez@mecanica.ispjae.edu.cu

(Recibido el 23 de Diciembre de 1999, aceptado el 14 de Julio del 2000)

Resumen.

En el presente trabajo se exponen los resultados del análisis realizado en árboles de compleja geometría pertenecientes a un multiplicador planetario tipo 2KH-A destinado a emplearse en aerogeneradores de electricidad. En el mismo, se presentan los modelos físico-matemáticos de dichos árboles para ser analizados mediante el método de los elementos finitos, considerando el estado de carga que surge al funcionar el mecanismo y contemplando el efecto adicional de las cargas giroscópicas. Se muestran las zonas de conflicto de tensiones y se analizan propuestas de diseño que permitan, garantizando la resistencia y rigidez, realizar variaciones dimensionales y mejorar la compacidad de los elementos, disminuyendo a la vez el peso de los mismos.

Palabras claves: Elementos finitos, multiplicador planetario, diseño de árbol, resistencia mecánica.

Introducción.

El objetivo del presente trabajo es determinar la distribución de tensiones en dos árboles portasatélites de compleja geometría (árbol de entrada e intermedio) pertenecientes a un multiplicador planetario destinado a ser empleado en aerogeneradores de producción nacional diseñados en el ISPJAE. Todas las ruedas dentadas del mecanismo (corona, satélites y sol) son de dientes rectos, no existiendo componente axial de carga en el sistema.

La componente axial de carga externa producto del viento es absorbida por el soporte (figura 1).

El sistema es accionado por la energía del viento, y posee un accionamiento de frenado que evita que sobrepase la velocidad nominal de rotación de entrada (100 min^{-1}).

Para realizar el análisis se hace uso de técnicas computacionales, en particular el empleo de un programa profesional de elementos finitos.

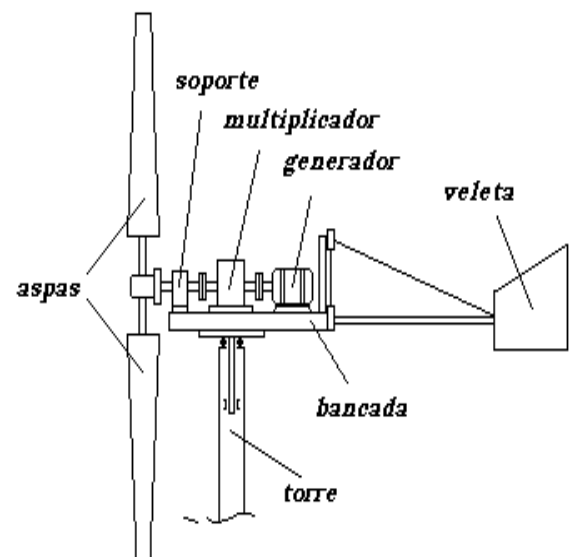


Figura 1. Aerogenerador.

1. Generalidades.

Datos Técnicos del Multiplicador Planetario 2KH-A.

- ❖ Tipo: 2KH-A
- ❖ Número de etapas: 2
- ❖ Relación de Transmisión de cada etapa: 1:4
- ❖ Potencia de diseño: 2.5 kW
- ❖ Velocidad de rotación a la entrada: 100 min^{-1} .
- ❖ Velocidad de rotación a la salida: 1600 min^{-1} .
- ❖ Velocidad del árbol intermedio: 400 min^{-1} .
- ❖ Eficiencia del Multiplicador: 0.94
- ❖ Característica de carga en la máquina movida: Choques Suaves.
- ❖ Fiabilidad: Media.
- ❖ Engranajes: Ruedas de dientes rectos no rectificadas.
- ❖ Cantidad de satélites: 3

Para el análisis de los elementos objeto de estudio se necesita modelar cada árbol tomando en cuenta el material empleado, características geométricas, estado de carga y condiciones de apoyo. En este sentido se confeccionaron los siguientes modelos.

- Modelo físico-matemático del árbol de entrada (primer portasatélites).
- Modelo físico-matemático del árbol intermedio (segundo portasatélites).

Estos modelos son procesados obteniendo las características estáticas y dinámicas de los elementos modelados, es decir, los esfuerzos y desplazamientos que se originan bajo las condiciones de carga.

En los mencionados modelos se debe contemplar:

- La geometría del sistema.
- Sistema de cargas actuantes
- Restricciones de movimiento del sistema.

Estos aspectos serán analizados tomando en cuenta las posibilidades y características del programa empleado.

2. Geometría del sistema.

Para abordar la geometría se necesita:

- Definir el tipo de elemento finito que será utilizado.
- Establecer la estrategia para la ubicación de los nodos, garantizando una adecuada discretización,

3. Restricciones al movimiento y ubicación de las cargas actuantes.

El programa empleado brinda la posibilidad de utilizar tres tipos de elementos [4] : barras, placas (triangular y cuadriláteros) y poliedros (tetraedros, pentaedros y hexaedros) , estas posibilidades se deben conjugar con las características de los elementos a simular, en este caso todos los elementos simulados son cuerpos de revolución, empleándose los poliedros para generar los mismos, en particular **pentaedros y hexaedros**. Esta selección conlleva el empleo de gran cantidad de nodos para garantizar una adecuada discretización, por lo que se toma en cuenta la limitación de 1000 nodos que establece el programa.

Para establecer la estrategia de ubicación de los nodos se debe tener en cuenta la configuración del sólido con las posibilidades que brinda el programa para la ubicación automática de los nodos y la generación automática de los elementos finitos, teniendo presente en todo momento no sobrepasar el número máximo de nodos, debiendo aprovechar al máximo la simetría de los elementos para optimizar la cantidad de nodos a emplear, así como el orden de numeración para facilitar el uso de los comandos que dan la posición de los nodos o para generar automáticamente los elementos. En la siguiente tabla 1 se observa la cantidad de nodos y elementos empleados.

Tabla 1. Nodos y tipos de elementos empleados.

Árbol	Nodos	Penta elementos	Hexa elementos
Entrada	990	382	262
Intermedio	992	240	286

4. Cargas actuantes.

Las cargas que básicamente actúan son de torsión debido a la transmisión dentada y a las cargas que surgen por el efecto giroscópico y el peso de los elementos. De los datos de diseño [7], en el caso de movimiento uniforme se tiene lo siguiente:

Tabla 2. Cargas Actuantes.

Árbol	Torque [N-m]	Carga Tangencial / 3 [N.]
Entrada	255	1399
Intermedio	62	536.8

5. Discretización de los árboles.

El Método de los Elementos Finitos (M.E.F.) trata la división de sistemas físicos, tales como estructuras, sólidos o fluidos continuos en pequeñas subregiones o

elementos, cada elemento es esencialmente una unidad simple, el comportamiento del cual puede ser analizado. Uno de los principales atractivos del M.E.F. es la facilidad con que pueden ser aplicados a problemas que poseen sistemas geoméricamente complejos.

Este aspecto es de suma importancia dado que mientras mayor sea la discretización y en los lugares adecuados, el modelo se ajustará a la realidad.

6. Modelos geométricos.

A continuación son mostrados en las figuras 2 y 3 los modelos geométricos de los árboles de entrada e intermedio generados mediante el programa de elementos finitos

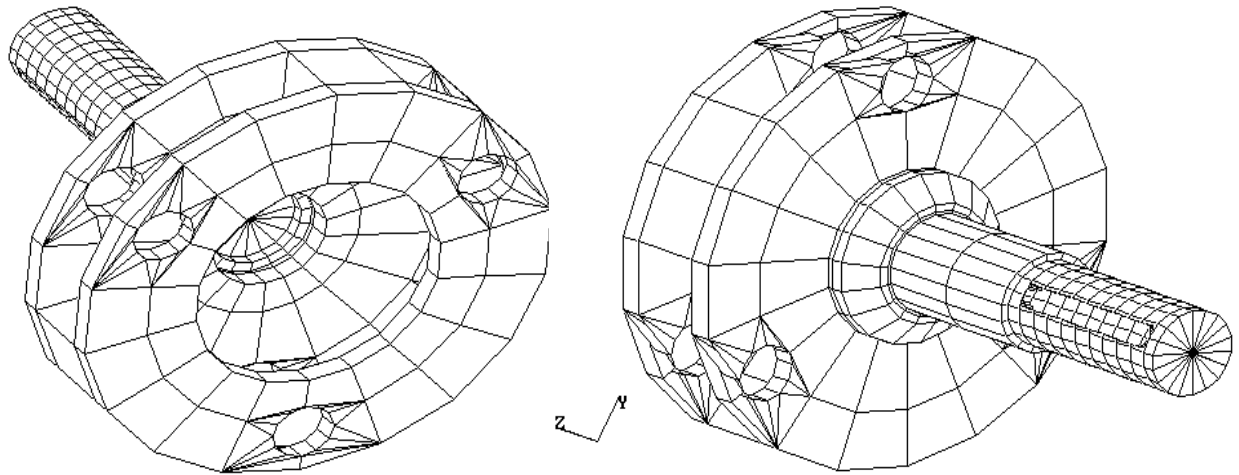


Figura 2. Modelo geométrico árbol de entrada.

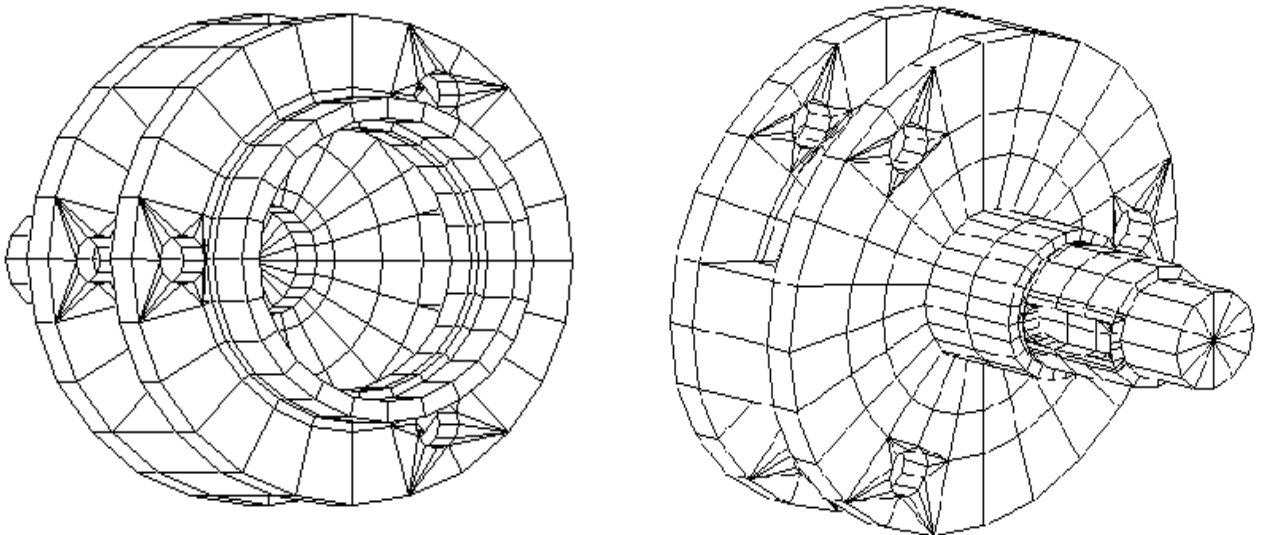


Figura 3. Modelo geométrico árbol intermedio.

7. Isozonas de tensiones de los modelos sometidos a carga.

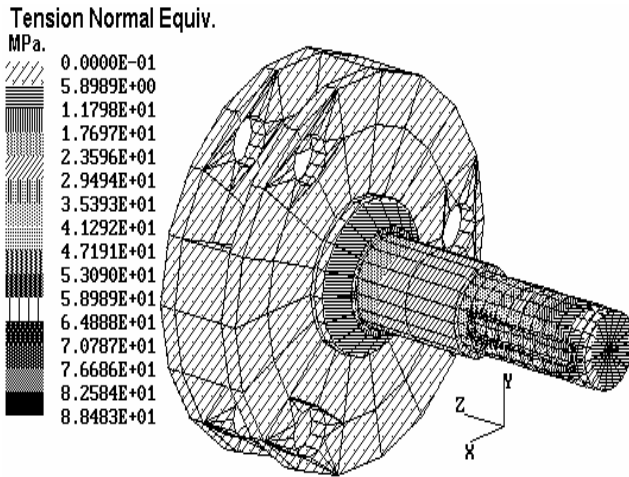


Figura 4. Árbol de entrada.

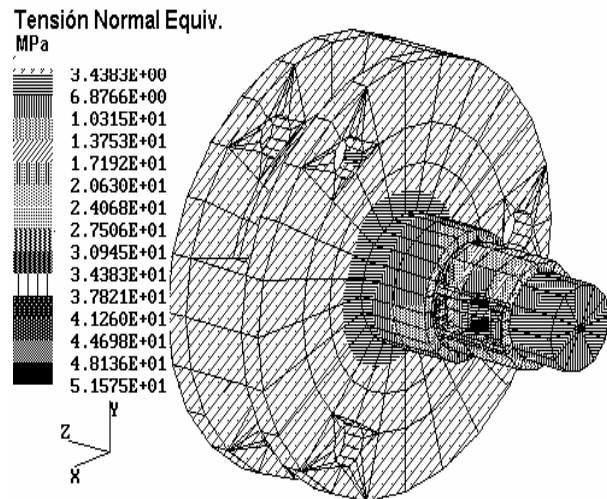


Figura 5. Árbol intermedio.

En las figuras 4 y 5 podemos observar los dos modelos con sus isozonas de tensiones para el estado de carga analizado, sin tomar en cuenta el efecto giroscópico. Como se observa, es posible realizar un análisis exhaustivo de la distribución de tensiones y deformaciones en todas las regiones del modelo, ya que existe la posibilidad de rotarlo en cualquier dirección. Esto permite visualizar, como ya se expresó, aquellas regiones de posible "conflicto resistivo" y realizar las correspondientes comprobaciones, y , en caso de estar muy descargado, realizar modificaciones dimensionales permitiendo "compactar" los elementos, obteniendo diseños más racionales. Las zonas de interés se muestran en la figura 6.

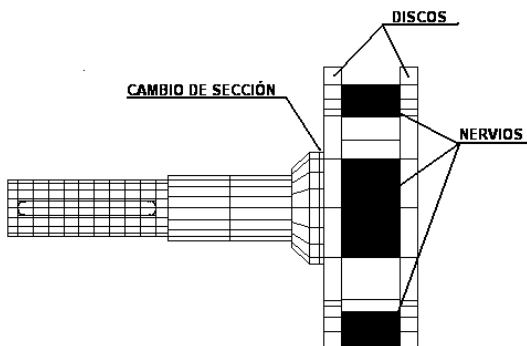


Figura 6. Zonas de análisis.

Árbol de entrada.

Para el árbol de entrada, los valores de tensiones en las posibles zonas de conflicto se muestran en la tabla 3:

Tabla 3. Tensiones en zonas de análisis. (árbol de entrada).

Zona	Tensión Normal Equival. [Mpa]	Desp. Direcc X. [mm]	Desp. Direcc Y. [mm]	Desp. Direcc Z. [mm]	Ángulo Giro Ttal. [°]
Discos	4	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	0.2056
Nervios	2	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$	0.1391
Chavetero	88.35	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	0.2054
Cambio de sección	25-29	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	0.6458

Un análisis de los valores de tensiones en el árbol de entrada permite observar que los discos están bastante descargados ($[\sigma]=261\text{Mpa}$), estando las deformaciones lineales en el valor de $4 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ ($y_{\text{máx}}$) y el desplazamiento angular total en 0.646122° ($\phi_{\text{máx}}$). Esto permite que se pueda considerar la posible reducción de espesor de estos discos lo que puede conllevar a las siguientes posibilidades:

- Disminuir dimensiones, compactando más el árbol.
- Aumentar el ancho de la transmisión dentada, aumentando la capacidad de carga.

Como se ha establecido anteriormente, existe la posibilidad de disminuir el espesor de los discos por estar sometidos a bajas tensiones. Veamos los resultados que se obtienen (Figura 7) al variar el espesor de los discos de 7 mm a 4 mm.

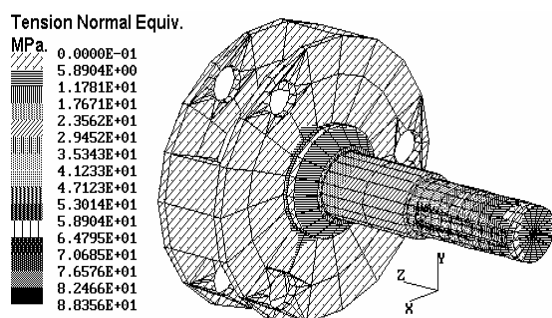


Figura 7. Árbol de entrada con reducción de espesor en discos.

La distribución de tensiones para la variación propuesta es brindada en la tabla 4 :

Tabla 4. Distribución de tensiones en árbol de entrada con reducción de espesor en discos.

Zona	Tensión Normal Equival. [Mpa]	Desp. Direcc X [mm]	Desp. Direcc Y [mm]	Desp. Direcc Z [mm]	Ángulo Giro Ttal. [ϕ^0]
Disco 1	12 – 16	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	0.6454
Disco 2	12 – 16	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	0.6460
Nervios	4.2	$4 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	0.6459
Chaveter.	88.35	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	0.4370
Cambio de sección	25 – 29	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	0.6453

De la comparación de estos resultados (tabla 4) con el espesor original (tabla 3) se observa que:

- Las tensiones normales equivalentes sólo tienen variación en la zona de los discos, incrementándose hasta 12–16 Mpa (aproximadamente 4 veces), manteniendo bajos valores sin peligrar la resistencia.
- Se mantiene como tensión equivalente máxima 88.48 Mpa en el chavetero.
- Las deformaciones lineales se mantienen aproximadamente iguales ($4 \cdot 10^{-3}$ mm).
- La deformación angular prácticamente no varió (disminuyó 0.0000762^0).
- Se garantiza la condición de resistencia y rigidez para esta variación.

Es decir, es factible la realización de la disminución de espesores en los discos de este árbol.

Árbol intermedio.

Tabla 5. Tensiones en zonas de análisis. (árbol intermedio.)

Zona	Tensión Normal Equival. [Mpa]	Desp. Direcc X [mm]	Desp. Direcc Y [mm]	Desp. Direcc Z [mm]	Ángulo Giro Ttal [ϕ^0]
Disco1	7 – 9	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	0.0676
Disco 2	7 – 9	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	0.0682
Nervios	2 – 4	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	0.0682
Chavetero	51.57	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	0.0588
Cambio sección	10 – 12	$3 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$	0.0675

Aquí se observa que el árbol está bastante descargado (el coeficiente de seguridad es de 5.11), por lo que se concluye que es posible el rediseño del árbol y un cambio de material. En cuanto a la posible disminución de espesor de los discos no se estima que la disminución de 5 mm a 4 mm aporte un beneficio sustancial al diseño.

Resumiendo el análisis estático se plantea que;

- El árbol de entrada resiste las cargas aplicadas con un coeficiente de seguridad de 2.44.
- La disminución de espesor en los discos (de 7 mm a 4 mm) del árbol de entrada es posible, pues el valor de las tensiones es de 16 MPa.
- Es posible proceder al análisis de la sustitución del material empleado en la construcción de los árboles.
- El árbol intermedio resiste las cargas aplicadas con un coeficiente de seguridad de 5.11.
- Al desarmarse el prototipo de multiplicador que funcionó durante 6 meses, no se encontraron huellas de desgaste apreciable en los dentados.
- Los rodamientos, después de este periodo de prueba se encontraron en buenas condiciones.
- Es posible proceder al rediseño del árbol intermedio .

Es decir que estáticamente los árboles resisten, existiendo la posibilidad de realizar el rediseño de la segunda etapa de este multiplicador.

8. Análisis de las cargas debido al efecto giroscópico.

Con respecto a estas cargas existe el hecho de que el efecto giroscópico produce cargas adicionales sobre los elementos móviles del multiplicador. Las cargas por acción y reacción actúan sobre los portasatélites como se muestran en las figuras 8 y 9.

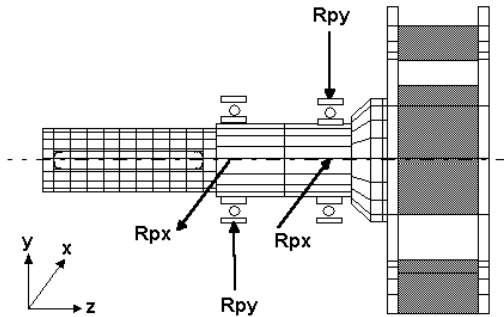


Figura 8. Apoyos en árbol de entrada.

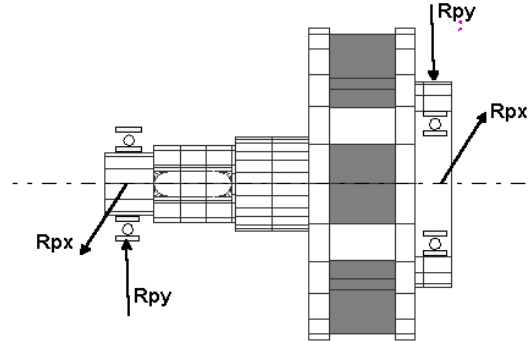


Figura 9. Apoyos en árbol Intermedio.

Componiendo estas fuerzas obtenemos su resultante (R_{PR}), dichos valores fueron determinados para las condiciones extremas de trabajo del aerogenerador, esto es:

- Velocidad angular media de entrada---11 rad/seg.
- Aceleración angular de entrada----- 5.3 rad/seg².
- Velocidad angular cambio dirección--1.7 rad/seg.

9. Árbol de entrada bajo efecto giroscópico.

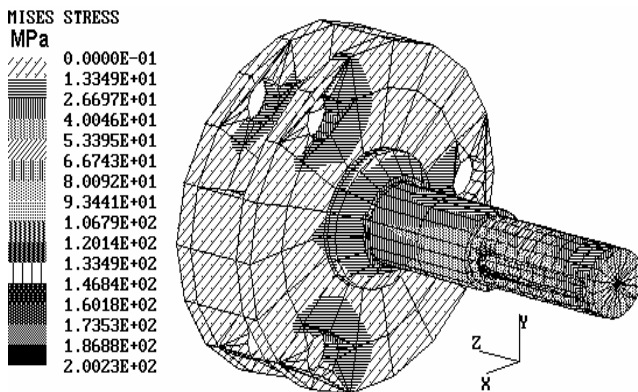


Figura 10. Árbol de entrada bajo efecto giroscópico.

Las tensiones notables son brindadas en la tabla 6.

Tabla 6. Tensiones notables en árbol de entrada bajo efecto giroscópico adicional.

Zona	Tensión Normal Equival [Mpa]	Desp Direcc X [mm]	Desp Direcc Y [mm]	Desp Direcc Z [mm]	Ángulo Giro Ttal [ϕ^0]
Disco1	28-34	$7 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$	0.4643
Disco 2	28-34	$7 \cdot 10^{-3}$	$1.7 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	0.4648
Nervios	19-26	$7 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$	0.4647
Chaveter.	200.23	$5 \cdot 10^{-2}$	$2.7 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2}$	0.3141
Cambio de sección	38-44	$7 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	0.4642

En este caso se observa un incremento de la tensión normal equivalente en la zona del chavetero.

10. Árbol intermedio bajo efecto giroscópico.

El análisis de las cargas debido al citado efecto en el árbol intermedio se realiza mediante las isozonas de tensiones mostradas en la figura 11.

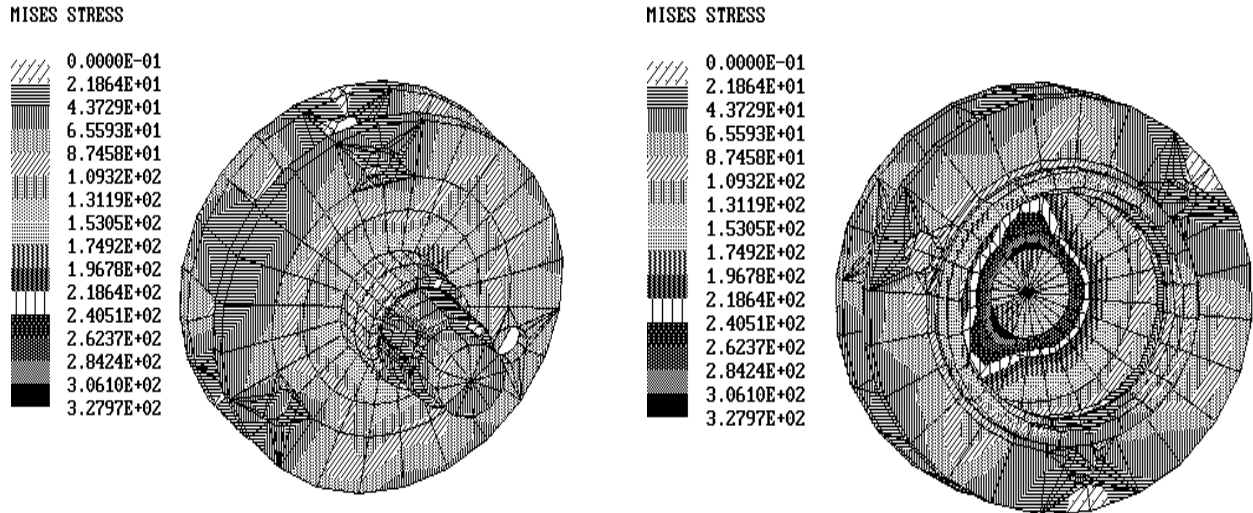


Figura 11. Árbol intermedio bajo efecto giroscópico.

Se puede observar que el valor máximo de la tensión normal equivalente es de 328 MPa y ocurre en el vaciado interior observable al girar el árbol. Este valor hace peligrar la resistencia del elemento. A continuación se muestra una propuesta para mejorar esta situación (figura 12) eliminando dicho vaciado. Se muestra además los valores notables de tensiones y deformaciones en la tabla 7.

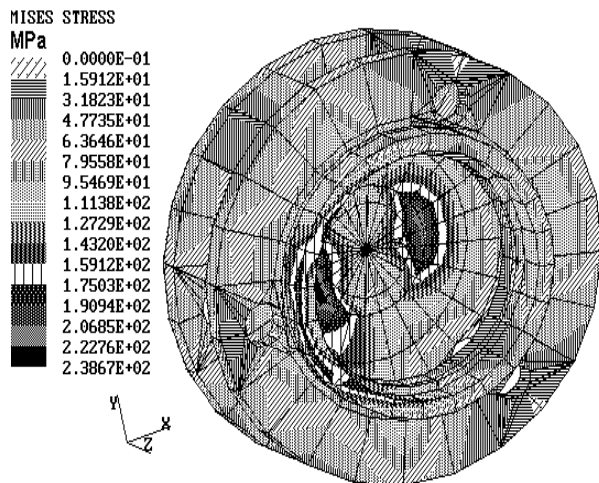


Figura 12. Árbol intermedio bajo efecto giroscópico eliminando vaciado interior.

Tabla 7. Árbol Intermedio con vaciado interior eliminado.

Zona	Tensión Normal Equival [Mpa]	Desp Direcc X [mm]	Desp Direcc Y [mm]	Desp Direcc Z [mm]	Ángulo Giro Ttal [ϕ°]
Disco1	22-40	$2 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	0,46413
Disco 2	22.40	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	0,4645
Nervios	24-35	$7 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	0,46423
Chaveter.	45-52	$1 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$	0,31441
Cambio sección	90-102	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-1}$	0,46421
Diám. Int. 22 mm.	238,67	$1 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2}$	0,46413
Aro diám. Int. 58 mm.	215-227	$2 \cdot 10^{-1}$	$4 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-2}$	0,4645

11. Conclusiones.

- Se obtuvieron los modelos físico-matemáticos que permitieron realizar el análisis estático y dinámico de los árboles los cuales pueden ser generalizados a otros portasatélites de mecanismos 2KH-A.
- El análisis de los resultados permitió demostrar que los árboles son capaces de soportar las cargas de diseño para las condiciones de explotación cumplimentando las condiciones de resistencia y rigidez, señalándose que debido al efecto giroscópico se sobrepasan dichos límites, por lo que se hace una proposición de cambio en el diseño que salva esta situación.
- La modificación del diseño es posible debido a que los valores de tensiones en los elementos permitirá

disminuir peso, mejorar la capacidad de carga y hacer más compacto el multiplicador, mejorando su competitividad. Adicionalmente existe la posibilidad de rediseñar la etapa de salida por bajas cargas, con su evidente impacto en la compactación dimensional y en costos.

- Es posible la sustitución del acero actualmente empleado por otros más baratos, cuyas propiedades mecánicas y tratamiento térmico satisfagan los requerimientos de servicio y de carga actuante.

12. Bibliografía.

- 1.-Alvarez, J. V., Apuntes para el Curso de posgrado "Los Elementos finitos Aplicados a la Técnica", Imprenta ISJAE, 1987.
- 2.-Bathe; K. J., "Finite Elements Procedure in Engineering Analysis", McGraw Hill Book Co., London. 1980.
- 3.-Fenner, T. F., "Finite Element Methods for Engineers." Mcmillan Press LTD., London, 1975.
- 4.-Manual del Usuario MSC/PAL2, MacNeal-Schendler Corporation, Los Angeles, California, 1987.
- 5.-Otero, P. L., Novo, S. C., Fernández, S. M., "Desarrollo del Método de los Elementos Finitos", (Primera parte), Revista Ingeniería Mecánica, Cuba, 1997.
- 6.-Sánchez, N. M., "Análisis de árboles Portasatélites del Multiplicador Planetario 2KH-AM", Tesis de Maestría en Diseño Mecánico, 1999.
- 7.-Tejidor, A. E., "Software para el Cálculo de Transmisiones Planetarias 2KH-AM", Trabajo de Diploma, ISPJAE, 1995.
- 8.-Zienkiewcs, O. C. "El Método de los Elementos Finitos", Editorial Reverté . S.A., España, 1982.

Stress analysis in complex geometry shafts.

Abstract

The results of the analysis in shafts of complex geometry, belonging to a planetary multiplier type 2KH-AM to be used in wind generators is presented. The physical-mathematical models of these shafts are analyzed by means of finite element method. Can increasing of load when the mechanism is working and contemplating the additional effect of the gyroscopic loads. The tension distribution are shown and design proposals are analyzed to improve the resistance, rigidity and to improve the compactness of the elements. This analysis constitutes an application of the the finite element method of which reference doesn't exist

Key Words: Finite elements method, planetary gear unit, shaft design, mechanical strength.